ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина $\boxed{\textbf{Дифференциальные уравнения}}$

Курс $\boxed{2}$ **Семестр** $\boxed{4}$ **2019–2020 учебный год**

Вариант 1

---

1. ④ Найти все положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{arctg}(x - 2y - 3x^2 - 4xy - 4); \\ \dot{y} = -2\operatorname{sh}(x + y). \end{cases}$$

---

2. ④ Найти все решения, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые уравнения

$$y = (x-1)y' - (y')^2.$$

---

3. ⑤ Найти допустимые экстремали функционала

$$J(y) = \int\limits_1^2 \left[6y^2 + 8xyy' + x^2(y')^2 - 4y\ln x + (1-2x)y' + \frac{1}{x}\right] dx, \quad y(1) = 7, \; y(2) = \ln 2.$$

---

4. ④ Решить задачу Коши

$$y'' + 2y(y')^2 - 2(yy')^3 = 0, \quad y(0) = 0, \; y'(0) = 1.$$

---

5. ③ Выяснить, при каких значениях параметра $a \in \mathbb{R}$ для любых двух решений y_1, y_2 уравнения

$$y''' - 2(a^2 + 2a + 1)y' = (a-1)\cdot e^x \sin x$$

существует конечный $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2}(y_1(x) - y_2(x))$.

---

6. ③ Доказать, что для любого решения уравнения $y'' + e^{1/x}y = 0$, $x \geqslant 1$, выполнено неравенство

$$|y(x)| \leqslant \sqrt{\frac{y'^2(1) + ey^2(1)}{e^{1/x}}}.$$