

1. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Теорема об устойчивости по линейному приближению.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 3y, \\ \dot{y} = -x - y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 2y - xy, \\ \dot{y} = \ln(1 + 4x - 3y - xy). \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Первый интеграл.
2. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x, \\ \dot{y} = (2x - y). \end{cases}$$
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = zx, \\ \dot{y} = z(2x - y), \\ \dot{z} = x^2 + z^2 - xy. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. ДУ в ЧП первого порядка.
2. Найдите общее решение уравнения $xy \frac{\partial u}{\partial x} - x^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $x \frac{\partial u}{\partial x} + [x(y - 5z)^2 + z] \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{z}{5} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = xz^5$ при $y = 5z + 1$ ($x > 0$).



2. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Центр.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = 5x - 3y, \\ \dot{y} = 3x - y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + 2y - xy, \\ \dot{y} = \ln(1 + 4x - 3y - xy). \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Критерий первого интеграла.
2. Могут ли функции $U_1 = x^2 - xy$ и $U_2 = \frac{z^2 + x^2 - xy}{x^2}$ быть первыми интегралами системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка.
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = (y^2 + 1)z, \\ \dot{y} = (x^2 - 1)z, \\ \dot{z} = (x^2 - 1)y. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Линейное ДУ в ЧП 1-го порядка.
2. Найдите общее решение уравнения $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + (2xy - y^2) \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $(2xy^2 - 7xz^3) \frac{\partial u}{\partial x} + yz^3 \frac{\partial u}{\partial y} - 2y^2z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = xy^6$ при $z = 1$ ($y > 0$).

3. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Фокус: устойчивый, неустойчивый.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = x - 2y, \\ \dot{y} = 4x - 5y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = \sqrt{8x + 2y - 7} - 1, \\ \dot{y} = x^2 - 4x - y. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Производная в силу системы.
2. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = x. \end{cases}$$
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x(y^2 - z^2), \\ \dot{y} = -y(x^2 + z^2), \\ \dot{z} = z(x^2 + y^2). \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Решение ДУвЧП 1-го порядка.
2. Найдите общее решение уравнения $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + [x^2 + 2(x - y)z] \frac{\partial u}{\partial y} + (z^2 + 1) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = x + y$ при $z = 0$.



4. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Седло.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = 5x - 4y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = sh(3y - 3y^2), \\ \dot{y} = 3xy - 2x + 4y - 4. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Производная по направлению векторного поля.
2. Могут ли функции $U_1 = x^2 - xy$ и $U_2 = \frac{x}{y}$ быть первыми интегралами системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка.
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2xy, \\ \dot{y} = y^2 - x^2 - z^2, \\ \dot{z} = 2yz. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Интегральная поверхность ДУВЧП.
2. Найдите общее решение уравнения $(x^2y + 2x)\frac{\partial u}{\partial x} + (2xy^2 + y)\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $2y^2\frac{\partial u}{\partial x} + ye^{-x}\frac{\partial u}{\partial y} - z(e^{-x} + 4y^2)\frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = yz$ при $y^2e^x = 1$ ($y > 0$).

5. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Узел: устойчивый, неустойчивый.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = -3y, \\ \dot{y} = x - 4y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = \arctg 2y, \\ \dot{y} = e^x - 1. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Производная Ли.
2. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x, \\ \dot{y} = 2y. \end{cases}$$
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x^3 + 3xy^2, \\ \dot{y} = 2y^3, \\ \dot{z} = 2y^2z. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Характеристическая система.
2. Найдите общее решение уравнения $y^2 \frac{\partial u}{\partial x} + xy \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $(2x + x^2y) \frac{\partial u}{\partial x} + (3y + 4xy^2) \frac{\partial u}{\partial y} + (2z + xyz) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = (1 + x^2)z$ при $x = y$ ($x > 0, y > 0, z > 0$).



6. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Классификация положений равновесия.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = -3y, \\ \dot{y} = x - 4y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = e^y - 1, \\ \dot{y} = -\arcsin(2x + 3y). \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Теорема о выпрямлении траекторий.
2. Могут ли функции $U_1 = \frac{x-y}{xy}$ и $U_2 = \frac{1}{y} - \frac{1}{x}$ быть первыми интегралами системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка.
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = yz, \\ \dot{y} = xz, \\ \dot{z} = x - y. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Характеристики.
2. Найдите общее решение уравнения $(x^3y^2 + x)\frac{\partial u}{\partial x} + (y - 3x^2y^3)\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $(2x + x^2z)\frac{\partial u}{\partial x} + (2y + xyz)\frac{\partial u}{\partial y} + (3z + 4xz^2)\frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = (1 + z^2)y$ при $x = z$ ($x > 0, y > 0, z > 0$).

7. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Понятие устойчивости.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y, \\ \dot{y} = -4x + y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = -\operatorname{arctg} 4y, \\ \dot{y} = \ln(1 - x). \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Функциональная зависимость.
2. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x, \\ \dot{y} = -x^2. \end{cases}$$
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = x, \\ \dot{z} = z(x + y). \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Общий вид решения ЛДУвЧП.
2. Найдите общее решение уравнения $(y^2 + 1)\frac{\partial u}{\partial x} + (x^2 - 1)\frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $(3x + 4x^2y)\frac{\partial u}{\partial x} + (2y + xy^2)\frac{\partial u}{\partial y} + (3z + 4xyz)\frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = \frac{1}{yz}$ при $x = y^4$ ($x > 0, y > 0, z > 0$).



8. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Характеристическая система АСДУ.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y, \\ \dot{y} = 2x + y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = -sh 2 y, \\ \dot{y} = e^{x+3y} - 1. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Утверждение о градиентах зависимых решений АСДУ.
2. Могут ли функции $U_1 = \frac{x^2 - xy}{xy - y^2}$ и $U_2 = \frac{x}{y}$ быть первыми интегралами системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x, \\ \dot{y} = -x^2, \\ \dot{z} = (x^2 - y - z). \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. АСДУ в симметричной форме.
2. Найдите общее решение уравнения $x \frac{\partial u}{\partial x} + 2y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решите задачу Коши: $(2x + 3x^2z) \frac{\partial u}{\partial x} + (2y + xyz) \frac{\partial u}{\partial y} + (2z + xz^2) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = yz$ при $x = z$ ($x > 0, y > 0, z > 0$).

9. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

- Теорема о фазовых траекториях.
- Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y, \\ \dot{y} = -x - y. \end{cases}$$
- Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = x \operatorname{arctg}(1 - y^2), \\ \dot{y} = \ln \frac{y}{x}. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

- Как замена переменных меняет систему зависимых функций?
- Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x^2, \\ \dot{y} = 2y^2. \end{cases}$$
- Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x^2z, \\ \dot{y} = 2y^2z, \\ \dot{z} = -(x + y). \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

- Задача Коши для ДУвЧП 1-го порядка.
- Найдите общее решение уравнения $-y \frac{\partial u}{\partial x} + 4x \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
- Найдите общее решение уравнения и решите задачу Коши: $-y \frac{\partial u}{\partial x} + 4x \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{4x^2 - y^2}{xy} \frac{\partial u}{\partial z} = 0$,
 $u = \frac{z}{x^4}$ при $x = y$ ($x > 0, z > 0$).



10. ДУ 2 курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Главный период.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y, \\ \dot{y} = 3x - y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x+y} - x^2, \\ \dot{y} = \arcsin(x - x^3). \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Что происходит с первыми интегралами АСДУ при замене переменных?
2. Могут ли функции $U_1 = \frac{x-y}{y}$ и $U_2 = \frac{x}{y}$ быть первыми интегралами системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 3z^2, \\ \dot{y} = y^2 e^x, \\ \dot{z} = 2zy e^x. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. ДУ в ЧП первого порядка.
2. Найдите общее решение уравнения $xy \frac{\partial u}{\partial x} + (2x^3y + y^2) \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $\frac{y}{2x^2} \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{2x^4 - y^2}{4x^3y} z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$,
 $u = \frac{z^2}{x}$ при $y = x^2$ ($x > 0, z > 0$).

11. ДУ 2 курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Периодические решения.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = -4y, \\ \dot{y} = x + 3y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = \ln(x + y), \\ \dot{y} = \sqrt{2x^2 + 2y - 5} - 1. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Лемма о максимальном количестве независимых первых интегралов АСДУ.
2. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x^2, \\ \dot{y} = 2yx. \end{cases}$$
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x^2, \\ \dot{y} = y^2, \\ \dot{z} = -z(x + y). \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Линейное ДУ в ЧП 1-го порядка.
2. Найдите общее решение уравнения $\frac{y}{2x^2} \frac{\partial u}{\partial x} - x \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y^2 \frac{\partial u}{\partial y} - z(x + y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$,
 $u = \frac{z}{x}$ при $x = 3y$ ($x > 0, z > 0$).



12. ДУ 2 курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Свойства фазовых траекторий.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = -4y, \\ \dot{y} = x - 5y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = -y \ln(2y^2 - 1), \\ \dot{y} = x - y - 2y^2. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Теорема о числе независимых первых интегралов АСДУ.
2. Могут ли функции $U_1 = x^2 - xy$ и $U_2 = \frac{z^2 + x^2 - x}{x^2}$ быть независимыми первыми интегралами системы линейных дифференциальных уравнений третьего порядка.
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{y}{2x^2}, \\ \dot{y} = -x, \\ \dot{z} = \frac{2x^4 - y^2}{4x^3y} z. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Решение ДУвЧП 1-го порядка.
2. Найдите общее решение уравнения $2y^3 \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $3z^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y^2 e^x \frac{\partial u}{\partial y} + 2zy e^x \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = e^x y^4$ при $y^2 z = 1$ ($y > 0$).

13. ДУ 2 курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Положение равновесия.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = x + y, \\ \dot{y} = -2x + y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = \arctg(y - x + 1), \\ \dot{y} = sh(x - y - x^2). \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Первый интеграл.
2. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x^2, \\ \dot{y} = y^2. \end{cases}$$
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = -y, \\ \dot{y} = 4x, \\ \dot{z} = z \frac{4x^2 - y^2}{xy}. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Интегральная поверхность ДУвЧП.
2. Найдите общее решение уравнения $x^2 \frac{\partial u}{\partial x} + y^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $2x^2z \frac{\partial u}{\partial x} + 2y^2z \frac{\partial u}{\partial y} - (x + y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = e^{z^2}$ при $x = 2y$ ($x > 0, y > 0, z > 0$).



14. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Фазовые траектории, имеющие общую точку.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = x + y, \\ \dot{y} = 4x + y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x-y-1} - 1, \\ \dot{y} = \ln(x^2 + y). \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Критерий первого интеграла.
2. Могут ли функции $U_1 = \frac{x-y}{y}$ и $U_2 = \frac{x}{y}$ быть независимыми первыми интегралами системы линейных дифференциальных уравнений третьего порядка.
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + 3x^2z, \\ \dot{y} = 2y + xyz, \\ \dot{z} = 2z + xz^2. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Характеристическая система.
2. Найдите общее решение уравнения $2y \frac{\partial u}{\partial x} + 3x^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решите задачу Коши: $x \frac{\partial u}{\partial x} - x^2 \frac{\partial u}{\partial y} + (x^2 - y - z) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = (2 - z)x$ при $x = y$ ($x > 0$).

15. ДУ 2 курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Сдвиг по фазовой траектории.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = -x + y, \\ \dot{y} = -2x. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = \operatorname{arctg}(2 + y - y^2), \\ \dot{y} = 1 - e^{y^2 - x}. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Производная в силу системы.
2. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{y}{2x^2}, \\ \dot{y} = -x. \end{cases}$$
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + 4x^2y, \\ \dot{y} = 2y + xy^2, \\ \dot{z} = 3z + 4xyz. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Характеристики.
2. Найдите общее решение уравнения $x \frac{\partial u}{\partial x} - x^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $y \frac{\partial u}{\partial x} + x \frac{\partial u}{\partial y} + z(x + y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = 3y^2ze^{-3y}$ при $x = 2y$ ($x > 0$).



16. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Фазовая траектория.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + y, \\ \dot{y} = -2x. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = \arcsin(xy), \\ \dot{y} = e^{x+2y-3} - 1. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Производная по направлению векторного поля.
2. Могут ли функции $U_1 = y^2 - z^2$ и $U_2 = y^3 - x^3 + 3(x + y)$ быть независимыми первыми интегралами системы линейных дифференциальных уравнений третьего порядка.
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + x^2z, \\ \dot{y} = 2y + xyz, \\ \dot{z} = 3z + 4xz^2. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Общий вид решения ЛДУВЧП.
2. Найдите общее решение уравнения $(x^3 + 3x^2y^2) \frac{\partial u}{\partial x} - x^2y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решите задачу Коши: $yz \frac{\partial u}{\partial x} + xz \frac{\partial u}{\partial y} + (x - y) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$,
 $u = z^2 - 3x^2 - 2x$ при $y = 2x$ ($x > 0, z > 0$).

17. ДУ 2 курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Фазовое пространство.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = -2y, \\ \dot{y} = x - y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = 4x - x^2 + y, \\ \dot{y} = \ln(1 + 2x + x^2 + 5y). \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. . Производная Ли.
2. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = -y, \\ \dot{y} = 4x. \end{cases}$$
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + x^2y, \\ \dot{y} = 3y + 4xy^2, \\ \dot{z} = 2z + xyz. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. АСДУ в симметричной форме.
2. Найдите общее решение уравнения $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $(x^3 + 3xy^2) \frac{\partial u}{\partial x} + 2y^3 \frac{\partial u}{\partial y} + 2y^2z \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = 2z$ при $x = y$ ($x > 0, z > 0$).



18. ДУ 2 курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Фазовые переменные.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = -2y, \\ \dot{y} = -x + y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = th(2x - y - xy), \\ \dot{y} = 5x - 4y - xy. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Теорема о выпрямлении траекторий.
2. Могут ли функции $U_1 = \frac{y^2}{z}$ и $U_2 = e^x - \frac{z^2}{y}$ быть независимыми первыми интегралами системы линейных дифференциальных уравнений третьего порядка.
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + x^2y, \\ \dot{y} = 3y + 4xy^2, \\ \dot{z} = 2z + xyz. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Задача Коши для ДУвЧП 1-го порядка.
2. Найдите общее решение уравнения $(x^2 + y^2) \frac{\partial u}{\partial x} + 2xy \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решите задачу Коши: $2xy \frac{\partial u}{\partial x} + (y^2 - x^2 - z^2) \frac{\partial u}{\partial y} + 2yz \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = z^2 + z + y^2$ при $z = x^2$ ($x > 0, y > 0$).

19. ДУ 2 курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Консервативная система ОДУ.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = 3y, \\ \dot{y} = -2x - 2y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = sh(5x + x^2 - 3y), \\ \dot{y} = 3x + x^2 - y. \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Функциональная зависимость.
2. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2y^2, \\ \dot{y} = ye^{-x}. \end{cases}$$
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x^2, \\ \dot{y} = x^2 + 2(x - y)z, \\ \dot{z} = (z^2 + 1). \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. ДУ в ЧП первого порядка.
2. Найдите общее решение уравнения $x \frac{\partial u}{\partial x} + (2x - y) \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $x(y^2 - z^2) \frac{\partial u}{\partial x} - y(x^2 + z^2) \frac{\partial u}{\partial y} + z(x^2 + y^2) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = x^2(1 + z^2)$ при $y = xz$ ($x > 0, y > 0$).



20. ДУ 2 курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Динамическая система ОДУ.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = -3y, \\ \dot{y} = x + 4y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = 3 - \sqrt{4 + x^2 + y}, \\ \dot{y} = \ln(x^2 - 3). \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Утверждение о градиентах зависимых решений АСДУ.
2. Могут ли функции $U_1 = \frac{y}{z}$ и $U_2 = 2 \ln y - \ln z^2$ быть независимыми первыми интегралами системы линейных дифференциальных уравнений третьего порядка.
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = 2xy^2 - 7xz^3, \\ \dot{y} = yz^3, \\ \dot{z} = -2y^2z. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Линейное ДУ в ЧП 1-го порядка.
2. Найдите общее решение уравнения $xy \frac{\partial u}{\partial x} - y^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $(y^2 + 1)z \frac{\partial u}{\partial x} + (x^2 - 1)z \frac{\partial u}{\partial y} + (x^2 - 1)y \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = z^2$ при $y = x$ ($x > 1, z > 0$).

21. ДУ 2курс 4 семестр 2 задание

1. Исследование поведения фазовых траекторий

1. Автономная система ОДУ.
2. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории:
$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + y, \\ \dot{y} = -8x - y. \end{cases}$$
3. Найдите положения равновесия системы, определить их характер и начертить фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем:
$$\begin{cases} \dot{x} = x^2 - \frac{2}{y^2} + 1, \\ \dot{y} = sh(x - y). \end{cases}$$

2. Первые интегралы и их использование для решения автономных систем

1. Как замена переменных меняет систему зависимых функций?
2. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x^2, \\ \dot{y} = y^2 + 1. \end{cases}$$
3. Найдите первые интегралы системы дифференциальных уравнений:
$$\begin{cases} \dot{x} = x, \\ \dot{y} = x(y - 5z)^2 + z, \\ \dot{z} = \frac{z}{5}. \end{cases}$$

3. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка

1. Решение ДУвЧП 1-го порядка.
2. Найдите общее решение уравнения $xy \frac{\partial u}{\partial x} - y^2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0$.
3. Найдите общее решение уравнения и решить задачу Коши: $zx \frac{\partial u}{\partial x} + z(2x - y) \frac{\partial u}{\partial y} + (x^2 + z^2 - xy) \frac{\partial u}{\partial z} = 0$, $u = \frac{z^2}{x}$ при $x - y = 1$ ($x > 0$).