Для задачи

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(u^{\alpha}\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(u^{\alpha}\frac{\partial u}{\partial y}\right)=f(x,y),\ 0<x<1,\ 0<y<1;$$

$$u(0,y)=Y_0(y);\ u(1,y)=Y_1(y);$$

$$u(x,0)=X_0(x);\ u(x,1)=X_1(x),$$

параметры которой приведены в номере Вашего задания,

1) Предложите разностную схему и алгоритм решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона (без замены искомой функции) в единичном квадрате ($0\le x\le 1,\ \ 0\le y\le 1$).

2) На основе построенного алгоритма напишите программу на одном из языков программирования, в которой предусмотрена возможность измельчения расчетной сетки.

3) Отладьте программу и осуществите расчеты при разных пространственных шагах расчетной сетки, последовательно удваивая их число, вплоть до достижения 1% точности по правилу Рунге.

4) Результаты представьте в виде таблицы значений сеточной функции с шагом 0.2 по координатам x и y.

5) Методом разделения переменных получите точное решение . Указание: удобно использовать замену искомой функции $W=u^{\alpha+1}$.

6) Сравните результат счета с точным решением.

Задания:

1.	$\alpha=1;\ f(x,y)=-\frac{5\pi^2}{8}sin(\pi x)\cdot cos\left(\frac{\pi y}{2}\right);$ $Y_0(y)=0;\ Y_1(y)=0;\ X_0(x)=[sin(\pi x)]^{0.5};\ X_1(x)=0.$
2.	$\alpha=1;\ f(x,y)=-\frac{5\pi^2}{8}sin(\pi x)\cdot\left[sin\left(\frac{\pi y}{2}\right)+cos\left(\frac{\pi y}{2}\right)\right];$ $Y_0(y)=0;\ Y_1(y)=0;\ X_0(x)=[sin(\pi x)]^{0.5};\ X_1(x)=[sin(\pi x)]^{0.5}.$
3.	$\alpha=1;\ f(x,y)=-\frac{5\pi^2}{9}\left[sin\left(\frac{\pi x}{3}\right)+cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)\right]\cdot sin(\pi y);$ $Y_0(y)=[sin(\pi y)]^{0.5};\ Y_1(y)=\left[\frac{1+\sqrt{3}}{2}sin(\pi y)\right]^{0.5};\ X_0(x)=0;\ X_1(x)=0.$
4.	$\alpha=1;\ f(x,y)=-\frac{5\pi^2}{32}cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\cdot\left[sin\left(\frac{\pi y}{4}\right)+cos\left(\frac{\pi y}{4}\right)\right];$ $Y_0(y)=\left[sin\left(\frac{\pi y}{4}\right)+cos\left(\frac{\pi y}{4}\right)\right]^{0.5};\ Y_1(y)=0;$ $X_0(x)=\left[cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right]^{0.5};\ X_1(x)=\left[\sqrt{2}\,cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right]^{0.5}.$
5.	$\alpha=1;\ f(x,y)=-\frac{13\pi^2}{72}cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)\cdot sin\left(\frac{\pi y}{2}\right);$

	$Y_0(y) = \left[sin\left(\frac{\pi y}{2}\right)\right]^{0.5}; Y_1(y) = \left[\frac{1}{2}sin\left(\frac{\pi y}{2}\right)\right]^{0.5}; X_0(x) = 0; X_1(x) = \left[cos\left(\frac{\pi x}{3}\right)\right]^{0.5}.$
6.	$\alpha = 2; f(x,y) = -\frac{10\pi^2}{27}cos(\pi x)\cdot sin\left(\frac{\pi y}{3}\right);$ $Y_0(y) = \left[sin\left(\frac{\pi y}{3}\right)\right]^{0.33333(3)}; Y_1(y) = -\left[sin\left(\frac{\pi y}{3}\right)\right]^{0.33333(3)};$ $X_0(x) = 0; X_1(x) = \left[\sqrt{3}\,cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right]^{0.33333(3)}.$
7.	$\alpha = 2; f(x,y) = -\frac{13\pi^2}{108}cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\cdot\left[sin\left(\frac{\pi y}{3}\right) + cos\left(\frac{\pi y}{3}\right)\right];$ $Y_0(y) = \left[sin\left(\frac{\pi y}{3}\right) + cos\left(\frac{\pi y}{3}\right)\right]^{0.33333(3)}; Y_1(y) = 0;$ $X_0(x) = \left[cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right]^{0.33333(3)}; X_1(x) = \left[\frac{1+\sqrt{3}}{2}cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right]^{0.33333(3)}.$
8.	$\alpha = 2; f(x,y) = -\frac{\pi^2}{6}\left[sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) + cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right]\cdot cos\left(\frac{\pi y}{2}\right);$ $Y_0(y) = \left[cos\left(\frac{\pi y}{2}\right)\right]^{0.33333(3)}; Y_1(y) = \left[cos\left(\frac{\pi y}{2}\right)\right]^{0.33333(3)};$ $X_0(x) = \left[sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) + cos\left(\frac{\pi x}{2}\right)\right]^{0.33333(3)}; X_1(x) = 0.$
9.	$\alpha = 2; f(x,y) = -\frac{17\pi^2}{48}sin(\pi x)\cdot\left[sin\left(\frac{\pi y}{4}\right) + cos\left(\frac{\pi y}{4}\right)\right];$ $Y_0(y) = 0; Y_1(y) = 0; X_0(x) = [sin(\pi x)]^{0.33333(3)}; X_1(x) = \left[\sqrt{2}\,sin(\pi x)\right]^{0.33333(3)}.$
10.	$\alpha = 2; f(x,y) = -\frac{2\pi^2}{3}cos(\pi x)\cdot sin(\pi y);$ $Y_0(y) = [sin(\pi y)]^{0.33333(3)}; Y_1(y) = -[sin(\pi y)]^{0.33333(3)}; X_0(x) = 0; X_1(x) = 0.$
11.	$\alpha = 3; f(x,y) = -\frac{5\pi^2}{4}sin(\pi x)\cdot sin(2\pi y);$ $Y_0(y) = 0; Y_1(y) = 0; X_0(x) = 0; X_1(x) = 0.$
12.	$\alpha = 0.5; f(x,y) = -\frac{10\pi^2}{3}sin(2\pi x)\cdot sin(\pi y);$ $Y_0(y) = 0; Y_1(y) = 0; X_0(x) = 0; X_1(x) = 0.$
13.	$\alpha = 1.5; f(x,y) = -\frac{26\pi^2}{5}sin(3\pi x)\cdot sin(2\pi y);$ $Y_0(y) = 0; Y_1(y) = 0; X_0(x) = 0; X_1(x) = 0.$
14.	$\alpha = 2.5; f(x,y) = -\frac{4\pi^2}{7}sin(\pi x)\cdot sin(\pi y);$ $Y_0(y) = 0; Y_1(y) = 0; X_0(x) = 0; X_1(x) = 0.$

15.	$\alpha = 1; f(x,y) = -\frac{25\pi^2}{2} sin(4\pi x) \cdot sin(3\pi y);$ $Y_0(y) = 0; Y_1(y) = 0; X_0(x) = 0; X_1(x) = 0.$