Семестровая контрольная работа по ТФКП

5 семестр 2016-17 уч. год

(все факультеты кроме ФРТК и ФИВТ)

Фамилия студента ____ № группы ____

Сумма баллов	10	Фамилия проверяющего	Ко

0 $\boxed{1}$ (3) Решить уравнение

$3\,\mathrm{ch}\,z\,\mathrm{sh}\,z - 5i\,\mathrm{ch}\,z - 3i\,\mathrm{sh}\,z + 5i = 0$, проверив, что его левая часть делится на $(\mathrm{ch}\,z - 1)$.

3 $\boxed{2}$ (3) Функцию

$$f(z) = \frac{z(2i-1)+2}{z^2-(4-i)z-4i}$$

разложить в ряд Лорана по степеням $(z-3i)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = 3$. Определить внутренний и внешний радиусы кольца сходимости.

1 $\boxed{3}$ (5) Найти особые точки функции

$$f(z) = \frac{z^2+25\pi^2}{\mathrm{ch}\,z+1} \cdot \frac{\sin^2 z}{\cos 2z - \cos 4z}\, e^{\frac{2}{\cos\frac{1}{z}}},$$

определить их тип, для полюсов установить их порядок.

1 $\boxed{4}$ (3) Применяя теорию вычетов, вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{z^3 e^{\frac{3}{z}}}{(z+1)^2(z-3)}\,dz$$

3 $\boxed{5}$ (3) Применяя теорию вычетов, вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-8)\cos(8-2x)}{x^2-6x+10}\,dx$$

1 $\boxed{6}$ (4) Применяя теорию вычетов, вычислить интеграл

$$\int_0^3 \frac{x-4}{\sqrt[3]{x(x-3)^2}}\,dx$$

1 $\boxed{7}$ (5) Пусть $g(z)$ −регулярная ветвь многозначной функции $\left\{\sqrt{z^2+2}\right\}$ в комплексной плоскости с разрезом по кривой $\left\{z: |z| = \sqrt{2},\ Re z \geq 0\right\}$, $g(0) = \sqrt{2}$.

Разложить $g(z)$ в ряд Лорана в окрестности точки $z = \infty$.

Вычислить интеграл

$$\int \frac{z+1}{g(z)-1}\,dz$$

по окружности $|z| = 2$, ориентированной против хода часовой стрелки.

Семестровая контрольная работа по ТФКП

5 семестр 2016-17 уч. год

(ФРТК и ФИВТ)

Фамилия студента__________________________№ группы__________

Сумма баллов		Фамилия проверяющего	

$\boxed{1}$ (2) Решить уравнение

$3\,\mathrm{ch}\,z\,\mathrm{sh}\,z - 5i\,\mathrm{ch}\,z - 3\,\mathrm{sh}\,z + 5i = 0$, проверив, что его левая часть делится на $(\mathrm{ch}\,z - 1)$.

$\boxed{2}$ (3) Функцию

$$f(z) = \frac{z(2i-1)+2}{z^2-(4-i)z-4i}$$

разложить в ряд Лорана по степеням $(z-3i)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = -4i$. Определить кольцо сходимости.

$\boxed{3}$ (4) Найти особые точки функции

$$f(z) = \frac{z^2+25\pi^2}{\mathrm{ch}\,z+1} \cdot \frac{\sin^2 z}{\cos 2z - \cos 4z}\, e^{\frac{2}{\cos\frac{1}{z}}},$$

определить их тип, для полюсов установить их порядок.

$\boxed{4}$ (3) Применяя теорию вычетов, вычислить интеграл

$$\oint_{|z|=2} \frac{z^3 e^{\frac{3}{z}}}{(z+1)^2(z-3)}\,dz$$

$\boxed{5}$ (3) Применяя теорию вычетов, вычислить интеграл

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-8)\cos(8-2x)}{x^2-6x+10}\,dx$$

$\boxed{6}$ (4) Применяя теорию вычетов, вычислить интеграл

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2+4}{(x^2+1)(x^4+4)}\,dx$$

$\boxed{7}$ (4) Найти число корней уравнения

$2z^4 + 7z^3 + 16z^2 - 32 = 0$

в кольце $1 < |z| < 2$.

Ответы

Вариант 4

1(2) $hz-1)(3\operatorname{sh}z-5i)=0,\quad = i2\pi k\quad ,\quad = \pm\ln 3 + i\left(2\pi k+\frac{\pi}{2}\right)\quad .$

2(3) $z) = \frac{2i}{z-4} - \frac{1}{z+i} =$

$(-2i)(4-3i)^{-n-1}(z-3i)^n - \sum_{-\infty}^{-1}(-4i)^{-n-1}(z-3i)^n\quad .$

$< |z-3i| < 5\quad .$

3(4) $\frac{1}{\frac{\pi}{2}+\pi n},\ n\in\mathbb{Z}\} - C.O.T.$

$\frac{\pi}{3}+\pi n, n\in\mathbb{Z};\pm 5\pi i\ \} - \Pi 1$

$1+2n)\pi i, n\neq 2,-3;\ n\in\mathbb{Z};\} - \Pi 2$

$n, n\neq 0,\ n\in\mathbb{Z}\} - \text{У.О.Т.}\quad ,,\infty\} - \text{Н.О.Т.}$

4(3) $= -2\pi i(\operatorname{res}_3 + \operatorname{res}_\infty)f(z)\quad .\ f(z) = \frac{27e}{16}\quad ,\ f(z) = -4.$

5(3) $= Re\left(2\pi i\cdot res_{3+i}\frac{(z-8)e^{i(2z-8)}}{z^2-6z+10}\right) = \pi e^{-2}(\sin 2 - 5\cos 2)\quad .$

6(4) $z)\in\left\{\sqrt[3]{z(z-3)^2}\right\}\quad ,$

$\mathbb{C}\backslash\{\overline{B_r(0)}\cup\overline{B_\rho(3)}\cup[r,3-\rho,]\}.\ g\left(\frac{3}{2}+i0\right) = \frac{3}{2}\quad ,$

$s_\infty\frac{z-4}{g(z)} = 2e^{i\frac{2\pi}{3}}\quad ,\quad = -\frac{4\pi}{\sqrt{3}}\quad .$

7(4) $z) = -\sum_0^\infty C_{1/2}^n 2^n z^{1-2n}\quad ,\quad > \sqrt{2}\quad .$

$= -2\pi i\left(res_{-\sqrt{7}} + res_\infty\right)\frac{z+1}{g(z)-3};\qquad s_{-\sqrt{7}} = 3\left(1-\frac{1}{\sqrt{7}}\right),\qquad s_\infty = -2.$

ФРТК и ФИВТ

6(4) $= \pi i\left(res_i + res_{(1+i)} + res_{(-1+i)}\right)f(z),$

$s_i f(z) = \frac{3}{10i}\quad ,\ s_{(1+i)} = \frac{1-7i}{40i}\quad ,\quad s_{(-1+i)} = \frac{1+7i}{40i}\quad ;\ = \frac{7\pi}{20}\quad .$

7(4) $< 1.\qquad z) = -32, |f(z)|\big|_{|z|=1} = 32\quad ,\ z) = 2z^4+7z^3+16z^2\quad ,$

$(z)|\big|_{|z|=1}\leq 25.\qquad _{+g} = N_f = 0\quad .$

$< 2.$ $z) = 2z^4 + 16z^2 - 32, |f(z)| \big|_{z=2e^{i\varphi}} \geq 64$ $z) = 7z^3$.

$(z)| \big|_{z=2e^{i\varphi}} = 56.$

$_{f+g} = N_f = 2$.

$< |z| < 2$. $_{+g} = 2$