




## МЕТОД ФУРЬЕ В КОЛЬЦЕ АЛГОРИТМ.

Решите краевую задачу

$$\Delta u = F(r, \varphi), \quad r = \sqrt{x^2 + y^2};$$

ГУ

-    Уроев стр. 178 – 189 (пример 1 стр. 181 –183, пример 2 стр. 184-186)  
Фарлоу. У с ЧП для научных работников и инженеров. Стр. 248 – 264  
Тихонов, Самарский со стр. 328

①

Замена, приводящая к однородному ДуЧП:<sup>1</sup>

$$u = u_c + V$$

Желательно (но не обязательно), чтобы  $u_c$

- удовлетворяло однородным ГУ

или

- упрощало ГУ.

---

<sup>1</sup> Желательно найти такое частное решение, чтобы ГУ не стали сложнее.

②

$$u(r, \varphi) = u_q + V(r, \varphi),$$

где  $V(r, \varphi)$ - решение краевой задачи

$$\Delta V = 0, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2};$$

ГУ с учетом корректировки.

ГУ раскладываем в ряд.

### Пример.

$$\Delta u = 12y, \quad \frac{1}{2} < r < 1, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$u|_{r=\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \sin^3 \varphi + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi,$$

$$u|_{r=1} = 2 \sin^3 \varphi + \cos 2\varphi.$$

$$u_{,y} = 2y^3 = 2r^3 \sin^3 \varphi$$

$$\left[ \begin{array}{l} \Delta V = 0, \\ V|_{r=\frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \sin^3 \varphi + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi - (2r^3 \sin^3 \varphi)|_{r=\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cos^2 \varphi = \frac{1 + \cos 2\varphi}{4}, \\ V|_{r=1} = 2 \sin^3 \varphi + \cos 2\varphi - (2r^3 \sin^3 \varphi)|_{r=1} = \cos 2\varphi. \end{array} \right.$$

③

Решение КЗ для уравнения Лапласа будем искать в виде функционального ряда с разделенными переменными  $r$  и  $\varphi$ :

$R_1 < r < R_2$	$V(r, \varphi) = C_1 + C_2 \ln r + \sum_{k=1}^{\infty} r^k (A_k \cos k\varphi + B_k \sin k\varphi) +$ $+ \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{r^k} (D_k \cos k\varphi + F_k \sin k\varphi)$
$r < R_1$	$V(r, \varphi) = C_1 + \sum_{k=1}^{\infty} r^k (A_k \cos k\varphi + B_k \sin k\varphi)$
$R_2 < r$	$V(r, \varphi) = C_1 + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{r^k} (D_k \cos k\varphi + F_k \sin k\varphi)$ <p><math>C_1 = 0</math> при условии полного затухания</p>

④

Затем ищется решение каждой из задач

$$\begin{cases} \Delta V_{kc} = 0, \\ \Gamma U \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta V_{ks} = 0, \\ \Gamma U \end{cases}$$