Вариант 1

1. ③ Прямые пересекаются (в точке (1, 2, –3), $t_1 = 1$, $t_2 = 2$). Уравнение общего перпендикуляра $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

2. ⑤ $\operatorname{Ker} A = \left\langle \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\rangle$; размерность множества значений =2; базис множества значений: $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 6 \end{pmatrix}$; полный прообраз: $\begin{pmatrix} 7 \\ -5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -3 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{pmatrix}$.

3. ③ Матрица перехода: $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$, матрица преобразования в базисе из собственных векторов: $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$.

4. ③ $\alpha = 0$, $\beta = 0$: п.и. = 1, о.и. = 0;
   $\alpha = 0$, $\beta \neq 0$: п.и. =2, о.и. =1;
   $\alpha > 0$, $\beta = 0$: п.и. = 2, о.и. = 0;
   $\alpha > 0$, $\beta \neq 0$: п.и. = 3, о.и. =1;
   $\alpha < 0$, $\beta = 0$: п.и. = 1, о.и. = 1;
   $\alpha < 0$, $\beta \neq 0$: п.и. =2, о.и. = 2.
   Положительно определена: ни при каких α, β;
   положительно полуопределена: при $\alpha \geq 0$, $\beta = 0$.

5. ③ $\lim\limits_{x \to +0} \left(1 - \frac{x^3}{2} + o(x^3)\right)^{\frac{1}{x^3}(1+o(1))} = e^{-\frac{1}{2}}$.

6. ③ $y' = \dfrac{2(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$, $y'' = \dfrac{16}{(x-1)^3}$, (–1, –5) — точка максимума, (3, 11) — точка минимума, $x = 1$, $y = 2x + 1$ — асимптоты.

7. ② $\sin x \cdot \operatorname{arctg}(\sin x) - \dfrac{1}{2} \ln(1 + \sin^2 x) + C$.

8. ⑥ Непрерывна при $\alpha \geq 0$, дифференцируема при $\alpha > \frac{1}{2}$.

9. ③ Сходится равномерно на E_1, сходится неравномерно на E_2.

10. ③ $f(x) = \ln 2 + \sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(-2^n - \left(-\frac{5}{2}\right)^n\right) \frac{x^n}{n}$, $R = \frac{2}{5}$.

11. ② $u\left(\dfrac{\pi}{2}, 1\right) - u(0,0) = \dfrac{\pi}{2} - 1$, где $u(x,y) = xy^2 - y\cos x$.

12. ③ 40π. Проще всего воспользоваться формулой Гаусса-Остроградского и учесть, что поверхностный интеграл по эллипсу, лежащему в плоскости $x = 0$, равен нулю из соображений симметрии (или понять, что из соображений симметрии интеграл по половине поверхности эллипсоида в 2 раза меньше интеграла по всей поверхности эллипсоида).

13. ④ $f \sim \frac{7\pi}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} ((-1)^n - 1) \cdot \frac{7\cos nx}{\pi n^2} + (-1)^{n+1} \cdot \frac{\sin nx}{n}$. Ряд сходится неравномерно, так как сумма ряда разрывна.

14. ② $y^{(5)} - 7y^{(4)} + 26y''' - 62y'' + 85y' - 75y = 0$.

15. ③ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 e^{-2t} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + C_2 e^{-2t} \left[t \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1/3 \\ 0 \end{pmatrix} \right]$.

16. ③ $y = x + C_1 x e^{2x} + C_2 x e^{-x}$.

17. ④ Уравнение Эйлера: $2x^2y'' + 4xy' = 12y + 10x^2$, экстремали: $y = \frac{C_1}{x^3} + C_2x^2 + x^2 \ln x$, допустимая экстремаль: $y = x^2 + x^2 \ln x$.

18. ⑤ $I = 2\pi i \left(\operatorname*{res}_{0} f + \operatorname*{res}_{i\sqrt{\pi}} f \right) = 2\pi i \left(1 + \left(\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{\pi}} \right) \right) = \sqrt{\pi} + 3\pi i$.