

УТВЕРЖДЕНО  
Проректор по учебной работе  
А. А. Воронов  
12 января 2022 г.

## ПРОГРАММА

по дисциплине: **Вычислительная математика**  
по направлению подготовки: 03.03.01 «Прикладные математика и физика»  
физтех-школа: **ФПМИ**  
кафедра: **вычислительной физики**  
курс: 3  
семестр: 6

Трудоёмкость: базовая часть – 3 зачет. ед.;

лекции – 30 часов

Экзамен – нет

практические (семинарские)

занятия – нет

лабораторные занятия – 30 часов

Диф. зачёт – 6 семестр

Самостоятельная работа – 75 часов

ВСЕГО ЧАСОВ – 60

Программу и задание составил

д.ф.-м.н., профессор, чл.-корр. РАН И. Б. Петров

Программа принята на заседании кафедры

вычислительной физики

24 ноября 2021 г.

Заведующий кафедрой

к. ф.-м. н., доцент

С.С. Симаков

Жесткие задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ЖС ОДУ). Методы численного решения жестких систем ОДУ: одношаговые ( неявные методы Рунге–Кутты, методы Розенброка) и многошаговые (формулы дифференцирования назад). \*Методы Гира в представлении Нордсика. Исследование схем на  $A$ -устойчивость,  $L$ -устойчивость .

1. Численные методы решения краевых задач для ОДУ. Методы решения линейных краевых задач (метод построения общего решения, конечно-разностный метод для линейного уравнения второго порядка, прогонка). Методы решения нелинейных краевых задач (метод стрельбы, метод квазилинеаризации). Метод конечных элементов. Задача на собственные значения (Штурма–Лиувилля). Понятие жесткой краевой задачи.
2. Численные методы решения задач, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных. Методы построения аппроксимирующих разностных уравнений для уравнений в частных производных. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Исследование разностных схем на устойчивость. Принцип максимума, спектральный признак устойчивости, принцип замороженных коэффициентов. \*Элементы теории Самарского об исследовании устойчивости двухслойных схем на основе энергетических неравенств.
3. Численные методы решения уравнений в частных производных гиперболического типа на примере уравнения переноса и волнового уравнения. Теорема Годунова о связи порядка аппроксимации и монотонности для линейных разностных схем.
4. Корректная постановка краевых условий для системы уравнений с частными производными гиперболического типа. Характеристики, инварианты Римана. Разностные схемы для характеристической формы записи системы. Нелинейное уравнение Хопфа. \*Понятие о сильных и слабых разрывах, скорость движения сильного разрыва.
5. Численные методы решения линейных уравнений в частных производных параболического типа. Квазилинейное уравнение теплопроводности и его автомодельное решение. Численное решение многомерных уравнений теплопроводности. Методы расщепления.
6. Численные методы решения уравнений в частных производных эллиптического типа. Разностная схема «крест» для численного решения уравнений Лапласа, Пуассона. Итерационные методы для численного решения возникающих систем линейных уравнений. Принцип установления для решения стационарных задач. \*Оценка

количества итераций, необходимых для достижения заданной точности при использовании различных методов.

7. Введение в методы машинного обучения.
8. \*Введение в методы решения уравнений газовой динамики.

## Литература

### Основная

1. *Рябенский В.С.* Введение в вычислительную математику. – Москва : Наука–Физматлит, 1994. – 335 с.; 3-е изд. Москва : Физматлит, 2008. — 288 с. (Физтеховский учебник).
2. *Федоренко Р.П.* Введение в вычислительную физику / под редакцией А. И. Лобанова. – 2-е изд. – Москва : Изд-во МФТИ, 1994. – 528 с., Долгопрудный: Интеллект, 2008. 504 с. (Физтеховский учебник).
3. *Лобанов А.И., Петров И.Б.* Лекции по вычислительной математике. – Москва : Интернет–Университет информационных технологий, 2006. — 522 с.
4. *Аристова Е.Н., Лобанов А.И.* Практические занятия по вычислительной математике в МФТИ. Часть II. – Москва : МФТИ, 2015. – 310 с.

### Дополнительная

1. *Калиткин Н.Н.* Численные методы. – Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.
2. Лабораторный практикум «Основы вычислительной математики». 2-е изд, исправленное и дополненное / *В. Д. Иванов, В. И. Косарев, А. И. Лобанов, И. Б. Петров, В. Б. Пирогов, В. С. Рябенский, Т. К. Старожилова, А. Г. Тормасов, С. В. Утюжников, А. С. Холодов.* – Москва : Изд-во МЗ-пресс, 2003. – 196 с.
3. *Хайрер Э., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. – Москва : Мир, 1999. – 685 с.
4. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы. – Москва : Наука, 1989.

## Аудиторная контрольная работа — вторая декада марта

### Задание 1 (срок сдачи — вторая неделя марта)

Задачи из пособия [4].

IX.7.7, IX.7.11\*, IX.7.15 7), IX.7.18, IX.7.19, IX.7.20,  
X.7.1, X.7.2, X.7.3, X.7.4, X.7.5, X.7.10, X.7.12, X.7.13, X.7.19, X.8.12,  
XI.8.1, XI.8.2 в, XI.8.3, XI.8.4 в, д, XI.8.5, XI.8.10 б, XI.9.1, XI.9.3.

\*Одна задача из раздела X.9 или XI.9 по согласованию с преподавателем

\*Лабораторные работы по курсу «Вычислительная математика»:

1. Жесткая задача Коши для систем ОДУ.
2. Краевая задача для систем ОДУ.

## Потоковая контрольная работа — первая декада мая

## **Задание 2 (срок сдачи 20–30 апреля)**

Задачи из пособия [4].

XII.7.1, XII.7.2, XII.7.3, XII.7.4, XII.7.6, XII.7.8, XII.7.15, XII.7.19, XII.7.27,  
XIII.7.3, XIII.8.2, XIII.9.1, XIII.9.2, XIII.9.7, XIII.9.8, XIII.9.9, XIII.9.17,  
XIV.7.3, XIV.8.5, XIV.9.1, XIV.9.2 в,г,ж, XIV.9.6, XIV.9.8 (кабаре),  
XIV.9.11 а, XIV.9.14 б,  
XV.6.3, XV.7.1, XV.7.4

\* Лабораторные работы по курсу «Вычислительная математика»:

1. Уравнение переноса.

2. Уравнение теплопроводности.

4.\* Курсовая работа – самостоятельная реализация разностной схемы для нелинейного уравнения в частных производных или системы нелинейных уравнений в частных производных (по согласованию с преподавателем).