

1. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Комплексные числа.
- Понятие функции комплексного переменного.
- Решить уравнение $2 \operatorname{ctg} z - \operatorname{tg} z = 3i$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
- Указать точки в которых функция $f(z) = \operatorname{Re} z$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Ряд Тейлора для регулярной функции.
- Интегрирование по комплексному переменному.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \sin \frac{\pi n}{2}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Разложить функцию $f(z) = \cos z$ по степеням z в ряд Лорана а) в кольце $\{0 < |z| < 1\}$, б) в кольце $\{1 < |z| < +\infty\}$.
- Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $f(z)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = -\frac{5}{2}$:

$$f(z) = \frac{i}{iz^2 + 5z - 6i} - \frac{z(1+i)}{z^2 + 2(1-i)z - 4i}. \text{ Указать границы кольца сходимости.}$$

5. Особые точки однозначного характера.

- Указать тип особой точки $z = 0$ для функции $\frac{1}{\sin^k z}$ для всех $k \in \mathbb{N}$.
- Исследовать особые точки функции: $f(z) = \frac{e^{\operatorname{tg}(z)} \operatorname{ctg}(z)}{\operatorname{ctg}(2z)}$. Ответ обосновать.



2. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Расширенная комплексная плоскость.
- Непрерывные функции.
- Решить уравнение $\frac{2i}{\sin z} - \operatorname{ctg} z = -2i$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Условия Коши-Римана.
- Указать точки в которых функция $f(z) = \bar{z}$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Теорема Вейерштрасса для равномерно сходящихся рядов из регулярных функций.
- Интегральная теорема Коши для регулярных функций.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Разложить функцию $f(z) = e^z$ по степеням z в ряд Лорана а) в кольце $\{0 < |z| < 1\}$, б) в кольце $\{1 < |z| < +\infty\}$.
- Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $f(z)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = 5$:

$$f(z) = \frac{i - 2 - iz}{z^2 + (i - 2)z - 2i} + \frac{4i - 3 - iz}{iz^2 + 2z + 3i}. \text{ Указать границы кольца сходимости.}$$

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{z^2 + 1}{\sin(\pi iz)}$ (если есть полюса, то указать их порядок).
- Исследовать особые точки функции: $f(z) = \frac{(\pi z - 1)^2 e^{\frac{1}{z}}}{\left(1 + \cos \frac{1}{z}\right)^2}$. Ответ обосновать.



3. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Сфера Римана.
- Степенная функция и ее свойства.
- Решить уравнение $3 \operatorname{ctg} z + \operatorname{tg} z = 2i$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Дифференцирование по комплексному переменному.
- Найти все регулярные функции $f(z)$, для которых $\operatorname{Re} f = x^2 - y^2$, $f(0) = i$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Теорема единственности для регулярных функций.
- Интегральная формула Коши (Интеграл Коши).
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(-\frac{1}{n}\right) = f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Выписать все возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z-2)}$ в ряд Лорана по степеням z . Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.

- Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $f(z)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = \frac{5}{2}$:

$$f(z) = \frac{2z - 4i}{iz^2 + 4z - 4i} + \frac{z(i-1) - i}{z^2 - z(3+2i)z + 6i}. \text{ Указать границы кольца сходимости.}$$

5. Особые точки однозначного характера.

- Указать тип особой точки $z = \frac{\pi}{2}$ для функции $e^{\operatorname{tg} z}$.
- Исследовать особые точки функции: $f(z) = \frac{\operatorname{tg}(z)e^{\operatorname{ctg}(z)}}{\operatorname{tg}(2z)}$. Ответ обосновать.



4. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Последовательности и ряды.
- Рациональная функция и ее свойства.
- Решить уравнение $\frac{2i}{\cos z} - \operatorname{tg} z = 3i$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Многозначная функция $\operatorname{Ln} z$, ее регулярные ветви и риманова поверхность.
- Указать точки в которых функция $f(z) = z \operatorname{Re} z$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Понятие об аналитическом продолжении.
- Интеграл типа Коши.
- Функция $f(z) = \frac{1}{\sin \frac{1}{z}}$ обращается в нуль на множестве точек $z_k = \frac{1}{k\pi}$ ($k = 1, 2, \dots$), но $f(z)$ не тождественно равна нулю. Почему этот факт не противоречит теореме единственности?

4. Ряд Лорана.

- Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{1+z}$ по степеням z в ряд Лорана а) в кольце $\{0 < |z| < 1\}$, б) в кольце $\{1 < |z| < +\infty\}$.

- Разложить в ряд Лорана по степеням z функцию $f(z)$ в кольце, которому принадлежит точка $z_0 = \frac{5i}{2}$:

$$f(z) = \frac{z(i-3) - 4 - 6i}{z^2 + 6iz - 8} + \frac{2z - 4i - 9}{z^2 + z(4i-3) - 12i}. \text{ Указать границы кольца сходимости.}$$

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{z^2 + \pi^2}{z^2(e^z + 1)}$ (если есть полюса, то указать их порядок).

- Исследовать особые точки функции: $f(z) = \frac{(2 - \pi)^3 e^{\frac{1}{z^2}}}{\left(1 - \sin \frac{1}{z}\right)^3}$. Ответ обосновать.

5. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Комплексные числа.
- Показательная функция и ее свойства.
- Найти все решения уравнения (или объяснить, почему их нет): $\cos^2 z + 1 = 0$, $z \in \mathbb{C}$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Многозначная функция $\sqrt[n]{z}$, ее регулярные ветви и риманова поверхность.
- Указать точки в которых функция $f(z) = |z|^2$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$. Указать точки в которых функция $f(z) = |z|^2$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Ряд Тейлора для регулярной функции.
- Дифференцирование интеграла типа Коши.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} \cos \pi n$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Разложить функцию $f(z) = \sin z$ по степеням z в ряд Лорана а) в кольце $\{0 < |z| < 1\}$, б) в кольце $\{1 < |z| < +\infty\}$.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z + 1 - i)$ функцию $f(z) = \frac{2z - i}{(z + i)^2} - \frac{5z - 4 + 3i}{z^2 + z(i - 2) - 2i}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = \frac{3}{2}$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{z - \pi}{\sin 2z - 2 \sin z}$ (если есть полюса, то указать их порядок).
- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{\cos^3\left(\frac{14\pi}{3iz - z^2}\right)}{\left(i + \operatorname{sh} \frac{\pi z}{2}\right)^2}$, определить их тип. Ответ обосновать.



6. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Расширенная комплексная плоскость.
- Тригонометрические функции и их свойства.
- Найти все решения уравнения (или объяснить, почему их нет): $\cos z + \sin z = \frac{3\sqrt{2}}{4}i$, $z \in \mathbb{C}$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Какова связь между дифференцируемостью и регулярностью функции $f(z)$ в точке $z = a$?
- Найти все регулярные функции $f(z)$, для которых $\operatorname{Im} f = x^2 + y^2$, $f(0) = 0$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Теорема Вейерштрасса для равномерно сходящихся рядов из регулярных функций.
- Интегрирование по комплексному переменному.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \sin \frac{\pi n}{2}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Выписать **все** возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{z(z+2)}$ в ряд Лорана по степеням $(z+1)$. Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z+1)$ функцию $f(z) = \frac{-4-2i}{(z+1+2i)(z-3)}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = -1 - 5i$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{z^2 + \pi^2}{\operatorname{ch} z + 1}$ (если есть полюса, то указать их порядок).
- Исследовать особые точки функции $f(z) = \frac{e^{\sin z}}{\cos \frac{1}{z}}$. Ответ обосновать.

7. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Сфера Римана.
- Степенные ряды.
- Найти все решения уравнения (или объяснить, почему их нет): $\operatorname{tg} z = \frac{2}{\sqrt{3}} - i, z \in \mathbb{C}$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Теорема об обратной функции.
- Указать точки в которых функция $f(z) = x^2 + iy^2$ ($z = x + iy$) дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Теорема единственности для регулярных функций.
- Интегральная теорема Коши для регулярных функций.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Выписать **все** возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z-1)}$ в ряд Лорана по степеням z . Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-i)$ функцию $f(z) = \frac{3z}{z^2 - 2iz + 8} + \frac{4i}{z^2 + 4}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = 1$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Указать тип особой точки $z = 0$ для функции $\frac{z}{\cos z - 1}$.
- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{z \cdot e^{\frac{1}{\sin z}}}{(2z + \pi) \sin z \cdot \cos 2z}$, определить их тип. Ответ обосновать.



8. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Последовательности и ряды.
- Первая теорема Абеля.
- Найти все решения уравнения (или объяснить, почему их нет): $\sin z = \cos z - \frac{i}{2}, z \in \mathbb{C}$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Дифференцирование сложной функции.
- Указать точки в которых функция $f(z) = \operatorname{Im} z$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Понятие об аналитическом продолжении.
- Интегральная формула Коши (Интеграл Коши).
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(-\frac{1}{n}\right) = f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Выписать **все** возможные разложения функции $f(z) = z^5 \sin \frac{1}{z}$ в ряд Лорана по целым степеням z . Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-1-i)$ функцию $f(z) = \frac{i}{z^2 + (6-i)z + 9-3i} + \frac{2z}{z^2 - 9}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = -2$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{1 - \cos z}{1 - e^{2iz}}$ (если есть полюса, то указать их порядок).
- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{\operatorname{tg} z \cdot e^{\operatorname{tg} z}}{\operatorname{tg} 4z}$, определить их тип. Ответ обосновать.

9. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Комплексные числа.
- Радиус и круг сходимости степенного ряда.
- Решить уравнение $z^2 - \sqrt{3}z|z| + |z|^2 = 0$. Изобразить полученное решение на комплексной плоскости.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Сопряженные гармонические функции двух переменных.
- Найти все регулярные функции $f(z)$, для которых $\operatorname{Re} f = xy$, $f(1) = 1$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Ряд Тейлора для регулярной функции.
- Интеграл типа Коши.
- Функция $f(z) = \sin \frac{1}{z}$ обращается в нуль на множестве точек $z_k = \frac{1}{k\pi}$ ($k = 1, 2, \dots$), но $f(z)$ не тождественно равна нулю. Почему этот факт не противоречит теореме единственности?

4. Ряд Лорана.

- Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{1-z^2}$ по степеням z в ряд Лорана а) в кольце $\{0 < |z| < 1\}$, б) в кольце $\{1 < |z| < +\infty\}$.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-1+i)$ функцию $f(z) = \frac{4i}{z^2 + 2iz + 3} + \frac{z-3i}{z^2 + 1}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = 0$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Указать тип особой точки $z = -\frac{\pi}{2}$ для функции $e^{\operatorname{tg} z}$.
- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{(2z - \pi) \cdot e^{\frac{1}{\cos z}}}{z \cdot \cos 2z \cdot \cos z}$, определить их тип. Ответ обосновать.



10. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Расширенная комплексная плоскость.
- Равномерно сходящиеся ряды регулярных функций.
- Решить уравнение $z^2 + z|z| + |z|^2 = 0$. Изобразить полученное решение на комплексной плоскости.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Понятие функции регулярной (голоморфной) в области.
- Указать точки в которых функция $f(z) = \operatorname{Re} z$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Теорема Вейерштрасса для равномерно сходящихся рядов из регулярных функций.
- Дифференцирование интеграла типа Коши.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} \cos \pi n$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Разложить функцию $f(z) = \operatorname{sh} z$ по степеням z в ряд Лорана а) в кольце $\{0 < |z| < 1\}$, б) в кольце $\{1 < |z| < +\infty\}$.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-1)$ функцию $f(z) = \frac{1}{z^2 + (i-4)z + 4 - 2i} + \frac{2iz}{z^2 - 4}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = 2i$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{1}{1 - \cos z} - \frac{1}{z}$ (если есть полюса, то указать их порядок).
- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{\operatorname{ctg} z \cdot e^{\operatorname{ctg} z}}{\operatorname{ctg} 4z}$, определить их тип. Ответ обосновать.



11. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Сфера Римана.
- Теорема Вейерштрасса.
- Решить уравнение $z^2 + \sqrt{3}z|z| + |z|^2 = 0$. Изобразить полученное решение на комплексной плоскости.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Условия Коши-Римана.
- Указать точки в которых функция $f(z) = \bar{z}$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Теорема единственности для регулярных функций.
- Интегрирование по комплексному переменному.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \sin \frac{\pi n}{2}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Выписать **все** возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{z(z-1)^2}$ в ряд Лорана по степеням z . Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-2-i)$ функцию $f(z) = \frac{z^2 - 2iz + 6}{z^2(z+3i)}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = 5 + i$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Указать тип особой точки $z = 0$ для функции $e^{\operatorname{ctg} z}$.

$$z^2 \sin^2 z \cdot \sin \left(\frac{1}{z - \frac{\pi}{2}} \right)$$

- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{z^2 \sin^2 z \cdot \sin \left(\frac{1}{z - \frac{\pi}{2}} \right)}{(\cos z - 1)^2} e^{\sin z/z}$, определить их тип. Ответ обосновать.

12. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Последовательности и ряды.
- Понятие функции комплексного переменного.
- Решить уравнение $z^2 - z|z| + |z|^2 = 0$. Изобразить полученное решение на комплексной плоскости.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Дифференцирование по комплексному переменному.
- Найти все регулярные функции $f(z)$, для которых $\operatorname{Re} f = x^2 - y^2$, $f(0) = i$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Понятие об аналитическом продолжении.
- Интегральная формула Коши (Интеграл Коши).
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Выписать **все** возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{z}$ в ряд Лорана по степеням $(z-1)$. Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z+3+5i)$ функцию $f(z) = \frac{16-z^2}{z(z+4i)^2}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = -1 - i$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{1}{\cos z - 2}$ (если есть полюса, то указать их порядок).

- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^3 \cos z \cdot \cos\left(\frac{1}{z - \pi}\right)}{(\sin z - 1)^2} e^{\cos z / \left(z - \frac{\pi}{2}\right)}$, определить их тип. Ответ обосновать.

13. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Комплексные числа
- Непрерывные функции.
- Найти все решения уравнения (или объяснить, почему их нет): $\sin z = 2$, $z \in C$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Многозначная функция $\operatorname{Ln} z$, ее регулярные ветви и риманова поверхность
- Указать точки в которых функция $f(z) = z \operatorname{Re} z$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Ряд Тейлора для регулярной функции.
- Интегральная теорема Коши для регулярных функций.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(-\frac{1}{n}\right) = f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2n+1}$ ($n \in N$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Выписать все возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{z^5} \cos z$ в ряд Лорана по целым степеням z . Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z - 1 - 3i)$ функцию $f(z) = \frac{z^2 - 4}{z(z - 2i)^2}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = 1$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Указать тип особой точки $z = \infty$ для функции $\frac{1}{\cos z}$.
- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{z \sin^3 z \cdot \cos\left(\frac{1}{1-z}\right) e^{\sin^2 z/z^2}}{(\cos z - 1)^2}$, определить их тип. Ответ обосновать.

14. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Расширенная комплексная плоскость.
- Степенная функция и ее свойства.
- Найти все решения уравнения (или объяснить, почему их нет): $chz = -\frac{1}{2}$, $z \in C$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Многозначная функция $\sqrt[n]{z}$, ее регулярные ветви и риманова поверхность.
- Указать точки в которых функция $f(z) = |z|^2$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Теорема Вейерштрасса для равномерно сходящихся рядов из регулярных функций.
- Интеграл типа Коши.
- Функция $f(z) = \sin \frac{1}{z}$ обращается в нуль на множестве точек $z_k = \frac{1}{k\pi}$ ($k = 1, 2, \dots$), но $f(z)$ не тождественно равна нулю. Почему этот факт не противоречит теореме единственности?

4. Ряд Лорана.

- Разложить функцию $f(z) = \cos z$ по степеням z в ряд Лорана а) в кольце $\{0 < |z| < 1\}$, б) в кольце $\{1 < |z| < +\infty\}$.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z + 2 + 2i)$ функцию $f(z) = \frac{2z^2 + iz + 5}{z^2(z - 5i)}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = 1 + i$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{z - \pi}{\sin 2z - 2 \sin z}$ (если есть полюса, то указать их порядок).
- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{\left(z - \frac{\pi}{2}\right)^2 \cos^2 z \cdot \sin\left(\frac{1}{z+1}\right) e^{\cos^2 z/z}}{\left(\sin z - 1\right)^2}$, определить их тип. Ответ обосновать.

15. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Сфера Римана.
- Показательная функция и ее свойства.
- Найти все решения уравнения (или объяснить, почему их нет): $e^z = 1 - 3i$, $z \in \mathbb{C}$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Какова связь между дифференцируемостью и регулярностью функции $f(z)$ в области D ?
- Найти все регулярные функции $f(z)$, для которых $\operatorname{Im} f = x^2 + y^2$, $f(0) = 0$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Теорема единственности для регулярных функций.
- Дифференцирование интеграла типа Коши.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} \cos \pi n$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Разложить функцию $f(z) = e^z$ по степеням z в ряд Лорана а) в кольце $\{0 < |z| < 1\}$, б) в кольце $\{1 < |z| < +\infty\}$.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z+i)$ функцию $f(z) = \frac{(i-2)z-2}{2iz^2 - (6+i)z+3}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = i-1$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Указать тип особой точки $z = 0$ для функции $\frac{1}{\sin^k z}$ для всех $k \in \mathbb{N}$.
- Исследовать особые точки функции $f(z) = \frac{z^2 + \pi^2}{shz} \left(\exp\left(\frac{\pi}{2z}\right) - e \right) \operatorname{tg} z$. Ответ обосновать.

16. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Последовательности и ряды.
- Рациональная функция и ее свойства.
- Найти все решения уравнения (или объяснить, почему их нет): $chz + 1 = 0$, $z \in \mathbb{C}$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Теорема об обратной функции.
- Указать точки в которых функция $f(z) = x^2 + iy^2$ ($z = x + iy$) дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Понятие об аналитическом продолжении.
- Интегрирование по комплексному переменному.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f(1/n) = \sin(\pi/2)$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Выписать все возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z-2)}$ в ряд Лорана по степеням z . Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z+1-i)$ функцию $f(z) = \frac{(1+3i)z+i}{3z^2 + (6i-1)z-2i}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = 4i-1$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{z^2+1}{\sin(\pi iz)}$ (если есть полюса, то указать их порядок).
- Исследовать особые точки функции $f(z) = \frac{4z^2+9\pi^2}{chz} \left(\exp\left(\frac{z}{z-1}\right) - 1 \right) \operatorname{ctg} z$. Ответ обосновать.

17. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Комплексные числа.
- Тригонометрические функции и их свойства.
- Решить уравнение $2 \operatorname{ctg} z - \operatorname{tg} z = 3i$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Дифференцирование сложной функции.
- Указать точки в которых функция $f(z) = \operatorname{Im} z$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$. Указать точки в которых функция $f(z) = \operatorname{Im} z$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Ряд Тейлора для регулярной функции.
- Интегральная теорема Коши для регулярных функций.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{1+z}$ по степеням z в ряд Лорана а) в кольце $\{0 < |z| < 1\}$, б) в кольце $\{1 < |z| < +\infty\}$.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-1+i)$ функцию $f(z) = \frac{(2+2i)z+5}{2z^2+(4-i)z-2i}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = 3+2i$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Указать тип особой точки $z = -\frac{\pi}{2}$ для функции $e^{\operatorname{tg} z}$.
- Исследовать особые точки функции $f(z) = \frac{z^2 + \pi^2}{\operatorname{sh} 2z} \left(\exp\left(\frac{\pi}{z}\right) - e^2 \right) \operatorname{tg}^2 z$. Ответ обосновать.

18. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Расширенная комплексная плоскость.
- Степенные ряды.
- Решить уравнение $\frac{2i}{\sin z} - \operatorname{ctg} z = -2i$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Спряженные гармонические функции двух переменных.
- Найти все регулярные функции $f(z)$, для которых $\operatorname{Re} f = xy$, $f(1) = 1$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Теорема Вейерштрасса для равномерно сходящихся рядов из регулярных функций.
- Интегральная формула Коши (Интеграл Коши).
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(-\frac{1}{n}\right) = f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Разложить функцию $f(z) = \sin z$ по степеням z в ряд Лорана а) в кольце $\{0 < |z| < 1\}$, б) в кольце $\{1 < |z| < +\infty\}$.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z+2-i)$ функцию $f(z) = \frac{(i-3)z+4i}{3iz^2+(1+9i)z+3}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = i$. Указать границы кольца сходимости. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{z^2 + \pi^2}{z^2(e^z + 1)}$ (если есть полюса, то указать их порядок).
- Исследовать особые точки функции $f(z) = \frac{4z^2 + \pi^2}{\operatorname{ch} 3z} \left(\exp\left(\frac{z}{z-2}\right) - 1 \right) \operatorname{ctg}^2 z$. Ответ обосновать.

19. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Сфера Римана.
- Первая теорема Абеля.
- Решить уравнение $3 \operatorname{ctg} z + \operatorname{tg} z = 2i$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Понятие функции регулярной (голоморфной) в области.
- Указать точки в которых функция $f(z) = \operatorname{Re} z$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Теорема единственности для регулярных функций.
- Интеграл типа Коши.
- Функция $f(z) = \sin \frac{1}{z}$ обращается в нуль на множестве точек $z_k = \frac{1}{k\pi}$ ($k = 1, 2, \dots$), но $f(z)$ не тождественно равна нулю. Почему этот факт не противоречит теореме единственности?

4. Ряд Лорана.

- Выписать все возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{z(z+2)}$ в ряд Лорана по степеням $(z+1)$. Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-3)$ функцию $f(z) = \frac{2z+i}{(z+2i)^2} + \frac{z+8+6i}{z^2+2z(i-2)-8i}$ в кольце, которому принадлежит точка $z=0$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{z^2 + \pi^2}{z^2(e^z + 1)}$ (если есть полюса, то указать их порядок).

- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{iz-z^2}\right)}{\left(e^{\frac{2\pi}{z}} - 1\right)^3}$, определить их тип. Ответ обосновать.



20. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Последовательности и ряды.
- Радиус и круг сходимости степенного ряда.
- Решить уравнение $\frac{2i}{\cos z} - \operatorname{tg} z = 3i$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Условия Коши-Римана.
- Указать точки в которых функция $f(z) = \bar{z}$ дифференцируема и вычислить в них $f'(z)$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Какова связь между дифференцируемостью и регулярностью функции $f(z)$ в точке $z=a$?
- Дифференцирование интеграла типа Коши.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z=0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f(1/n) = \cos \pi/n$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Выписать все возможные разложения функции $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z-1)}$ в ряд Лорана по степеням z . Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-1-i)$ функцию $f(z) = \frac{z+2}{(z-1)^2} - \frac{i+z(1-4i)}{z^2-z(1+3i)+3i}$ в кольце, которому принадлежит точка $z=0$. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Найти и исследовать все особые точки функции $f(z) = \frac{z^2 + \pi^2}{\operatorname{ch} z + 1}$ (если есть полюса, то указать их порядок).

- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{\operatorname{sh}^3\left(\frac{6\pi}{z+iz^2}\right)}{(1-\operatorname{ch} 2\pi z)^2}$, определить их тип. Ответ обосновать.

21. ТФКП 3 курс 5 семестр 1 задание

1. Комплексные числа. Элементарные функции. Функциональные ряды.

- Комплексные числа.
- Равномерно сходящиеся ряды регулярных функций.
- Найти все решения уравнения (или объяснить, почему их нет): $\cos^2 z + 1 = 0$, $z \in \mathbb{C}$.

2. Условия Коши-Римана. Гармонические функции. Геометрические свойства.

- Дифференцирование по комплексному переменному.
- Найти все регулярные функции $f(z)$, для которых $\operatorname{Re} f = x^2 - y^2$, $f(0) = i$.

3. Ряд Тейлора. Теорема единственности.

- Ряд Тейлора для регулярной функции.
- Интегрирование по комплексному переменному.
- Существует ли функция $f(z)$ регулярная в некоторой окрестности точки $z = 0$ и удовлетворяющая указанному условию: $f\left(\frac{1}{n}\right) = \sin \frac{\pi n}{2}$ ($n \in \mathbb{N}$). Если да, то выписать эту $f(z)$. Если нет, то объяснить почему.

4. Ряд Лорана.

- Выписать все возможные разложения функции $f(z) = z^5 \sin \frac{1}{z}$ в ряд Лорана по целым степеням z . Указать границы каждого из полученных колец сходимости. Для каждого из разложений указать, где в нем главная, а где правильная часть.
- Разложить в ряд Лорана по степеням $(z + 2 - i)$ функцию $f(z) = \frac{2z - i}{(z - i)^2} - \frac{z + 4 + i}{z^2 + z(2 - i) - 2i}$ в кольце, которому принадлежит точка $z = -1$. Найти радиусы кольца сходимости. Указать границы кольца сходимости.

5. Особые точки однозначного характера.

- Указать тип особой точки $z = 0$ для функции $\frac{z}{\cos z - 1}$.
- Найти все особые точки функции $f(z) = \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{2z^2 + z}\right)}{\left(e^{\frac{i\pi}{2z}} - i\right)^3}$, определить их тип. Ответ обосновать.