



## 1. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание

### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Выписать общее решение уравнения  $4x \cdot u_{xy} - 3u_y = 0, (x, y) \in R^2$ .
5. Решить задачу  $\begin{cases} x^2 u_{xx} - y^2 u_{yy} + x u_x - y u_y = 0, \\ u|_{y=1} = 3x, u_y|_{y=1} = -x, 1 < x < 4. \end{cases}$  Указать наибольшую область, в которой задача имеет

единственное решение. Изменится ли решение в точке  $(2, \frac{5}{4})$ , если условие  $u|_{y=1} = 3x$  изменить на интервале  $3 < x < 4$  с сохранением гладкости на  $1 < x < 4$ ? Ответ обосновать.

### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Решить смешанную задачу  $4u_{tt} - u_{xx} = 0, x > 0, t > 0; u|_{t=0} = \sin x, u_t|_{t=0} = 0; u|_{x=0} = 0$ .
3. Решить смешанную задачу  $4u_{tt} - u_{xx} = 0, x > 0, t > 0; u|_{t=0} = 2e^{2x} - 2x, u_t|_{t=0} = -1; u_x|_{x=0} = 2e^t - 2t$ .



## 2. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание

### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к параболическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xx} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Решить задачу:  $u_{xy} = 0, (x, y) \in R^2, u(x, 0) = x^2 + 1, u(0, y) = \sin y + 1$ .
5. Решить задачу  $\begin{cases} 2yu_{xx} + u_{xy} + 2yu_x + u_y = 0, \\ u|_{x=y^2} = \sin y, -1 < y < 1, \\ u|_{y=0} = 0, -\frac{1}{2} < x < 1. \end{cases}$  Указать наибольшую область, в которой задача имеет

единственное решение. Изменится ли решение в точке  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ , если условие  $u|_{y=0} = 0$  изменить на интервале  $0 < x < 1$  с сохранением гладкости на  $-\frac{1}{2} < x < 1$ ? Ответ обосновать.

### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Решить смешанную задачу  $u_{tt} - 4u_{xx} = 0, x > 0, t > 0; u|_{t=0} = x^2, u_t|_{t=0} = -4; u_x|_{x=0} = 0$ .
3. Решить смешанную задачу  $u_{tt} - 4u_{xx} = 0, x > 0, t > 0; u|_{t=0} = x^2, u_t|_{t=0} = -4; u_x|_{x=0} = 2t - \text{sh } 2t$ .

### 3. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



#### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к гиперболическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
4. Поставить задачу Коши для однородного волнового уравнения на прямой. Выписать формулу Даламбера для ее решения (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
5. Решить задачу  $\begin{cases} 2x^2 u_{xx} - 3xu_{xy} + y^2 u_{yy} + 2xu_x + yu_y = 0, \\ u|_{y=1} = x, u_y|_{y=1} = 0, 1 < x < 4. \end{cases}$  Указать наибольшую область, в которой задача

имеет единственное решение. Изменится ли решение в точке  $(2, \frac{5}{4})$ , если условие  $u|_{y=1} = x$  изменить на интервале  $2 < x < 4$  с сохранением гладкости на  $1 < x < 4$ ? Ответ обосновать.

#### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Решить смешанную задачу  $9u_{tt} - u_{xx} = 0$ ,  $x > 0$ ,  $t > 0$ ;  $u|_{t=0} = 6x$ ,  $u_t|_{t=0} = xe^{-x^2}$ ;  $u|_{x=0} = 0$ .
3. Решить смешанную задачу  $9u_{tt} - u_{xx} = 0$ ,  $x > 0$ ,  $t > 0$ ;  $u|_{t=0} = 6x$ ,  $u_t|_{t=0} = 4e^{-3x} + 2$ ;  $u_x|_{x=0} = -6t + 6e^{-t}$ .



### 4. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



#### 1. Метод характеристик

1. Выписать уравнение характеристик в  $n$ -мерном случае.
2. Определить тип уравнения  $u_{xx} - 2u_x = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики для уравнения  $u_{xx} - 3x^2 u_{xy} + 2x^4 u_{yy} - 2x \cdot u_x = 0$ .
4. Найти решение задачи по формуле Даламбера  $9u_{tt} = u_{xx}$ ,  $u|_{t=0} = e^{3x}$ ,  $u_t|_{t=0} = 2$ .
5. Решить задачу  $\begin{cases} xu_{xy} - yu_{yy} + (x-1)u_y = 0, \\ u|_{x=1} = 1+y, \frac{1}{2} < y < 2, \\ u|_{y=\frac{1}{x}} = 2e^{1-x}, -\frac{1}{2} < x < 2. \end{cases}$  Указать наибольшую область, в которой задача имеет

единственное решение. Изменится ли решение в точке  $(\frac{3}{2}, 1)$ , если условие  $u|_{x=1} = 1+y$  изменить на интервале  $\frac{1}{2} < y < 1$  с сохранением гладкости на  $\frac{1}{2} < y < 2$ ? Ответ обосновать.

#### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Решить смешанную задачу  $u_{tt} - 9u_{xx} = 0$ ,  $x > 0$ ,  $t > 0$ ;  $u|_{t=0} = 2x$ ,  $u_t|_{t=0} = 12x$ ;  $u|_{x=0} = 0$ .
3. Решить смешанную задачу  $u_{tt} - 9u_{xx} = 0$ ,  $x > 0$ ,  $t > 0$ ;  $u|_{t=0} = 2x$ ,  $u_t|_{t=0} = 12x$ ;  $u_x|_{x=0} = 2 \sin 3t + 6t + 2$ .

## 5. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} + 4u_{yy} = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
4. Найти решение задачи по формуле Даламбера  $9u_{tt} = u_{xx}$ ,  $u|_{t=0} = e^{3x}$ ,  $u_t|_{t=0} = 2$ .
5. Решить задачу Коши  $8x^2u_{xx} - 2y^2u_{yy} + 6xu_x - 3yu_y = 0$ ,  $x > 1$ ,  $y > 1$ ;  $u|_{x=y} = y + y^{-1/2}$ ,  
 $u_x|_{x=y} = -1$ ,  $y > 1$ .

### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти решение смешанной задачи:  $u_{tt} = u_{xx} + 3\sin(x + 2t)$ ,  $x > 0$ ,  $t > 0$ ;  $u|_{t=0} = -\sin x$ ,  $u_t|_{t=0} = e^x - 2\cos x$ ,  
 $x \geq 0$ ;  $u_x|_{x=0} = -\cos 2t$ ,  $t \geq 0$ .
3. Найти решение смешанной задачи:  $u_{tt} = u_{xx} + 3\sin(x + 2t)$ ,  $x > 0$ ,  $t > 0$ ;  $u|_{t=0} = x - \sin x$ ,  
 $u_t|_{t=0} = e^x - 2\cos x$ ,  $x \geq 0$ ;  $(u_x - u)|_{x=0} = \sin 2t + \cos t - \cos 2t$ ,  $t \geq 0$ .



## 6. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к параболическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xx} - 2u_x = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
4. Выписать общее решение уравнения  $4x \cdot u_{xy} - 3u_y = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
5. Решить задачу Коши  $2x^2u_{xx} - 8y^2u_{yy} + xu_x - 6yu_y = 0$ ,  $x > 1$ ,  $y > 1$ ;  $u|_{x=y} = y^3 + y^{1/4}$ ,  
 $u_x|_{x=y} = 2y^2$ ,  $y > 1$ .

### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти решение смешанной задачи:  $u_{tt} = u_{xx} + 3\sin(x + 2t)$ ,  $x > 0$ ,  $t > 0$ ;  $u|_{t=0} = -\sin x$ ,  $u_t|_{t=0} = e^x - 2\cos x$ ,  $x \geq 0$ ;  
 $u_x|_{x=0} = -\cos 2t$ ,  $t \geq 0$ .
3. Найти решение смешанной задачи:  $u_{tt} = u_{xx} + 3\sin(2x + t)$ ,  $x > 0$ ,  $t > 0$ ;  $u|_{t=0} = \cos x + \sin 2x$ ,  
 $u_t|_{t=0} = 1 + \cos 2x$ ,  $x \geq 0$ ;  $(u_x - u)|_{x=0} = -1 - 2\sin t + 2\cos t$ ,  $t \geq 0$ .

7. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



**1. Метод характеристик**

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к гиперболическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Решить задачу:  $u_{xy} = 0, (x, y) \in R^2, u(x, 0) = x^2 + 1, u(0, y) = \sin y + 1$ .
5. Решить задачу Коши  $9x^2u_{xx} - y^2u_{yy} + 15xu_x + yu_y = 0, x > 1, y > 1; u|_{x=y} = y^2 + y^{2/3}, u_x|_{x=y} = -\frac{1}{3}y^{-1/3}, y > 1$ .

**2. Смешанная задача для полубесконечной струны**

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Найти решение смешанной задачи:  $u_{tt} = u_{xx} + 3\sin(x + 2t), x > 0, t > 0; u|_{t=0} = -\sin x, u_t|_{t=0} = e^x - 2\cos x, x \geq 0; u_x|_{x=0} = -\cos 2t, t \geq 0$ .
3. Найти решение смешанной задачи:  $u_{tt} = 4u_{xx} + 3\cos(x + t), x > 0, t > 0; u|_{t=0} = 1 + \cos x, u_t|_{t=0} = \sin x, x \geq 0; (u_x - u)|_{x=0} = 2t - 1 - \sin t - \cos t, t \geq 0$ .



8. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



**1. Метод характеристик**

1. Выписать уравнение характеристик в  $n$ -мерном случае.
2. Определить тип уравнения  $u_{xx} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Поставить задачу Коши для однородного волнового уравнения на прямой. Выписать формулу Даламбера для ее решения (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
5. Решить задачу Коши  $x^2u_{xx} - 9y^2u_{yy} + 3xu_x - 3yu_y = 0, x > 1, y > 1; u|_{x=y} = y^{2/3}, u_x|_{x=y} = y^{-3} + y^{-1/3}, y > 1$ .

**2. Смешанная задача для полубесконечной струны**

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти решение смешанной задачи:  $4u_{tt} = u_{xx} - 3\sin(x + t), x > 0, t > 0; u|_{t=0} = \sin x + \cos 2x, u_t|_{t=0} = 2 + \cos x, x \geq 0; u_x|_{x=0} = \cos t, t \geq 0$ .
3. Найти решение смешанной задачи:  $4u_{tt} = u_{xx} - 3\sin(x + t), x > 0, t > 0; u|_{t=0} = \sin x + \sin 2x, u_t|_{t=0} = 2 + \cos x, x \geq 0; (u_x - 2u)|_{x=0} = 2 - 4t - 2\sin t + \cos t, t \geq 0$ .

## 9. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
4. Поставить задачу Коши для однородного волнового уравнения на прямой. Выписать формулу Даламбера для ее решения (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
6. Решить задачу Коши и указать наибольшую область, в которой решение определено однозначно:  $2x^2 u_{xx} - 3xu_{xy} + y^2 u_{yy} + 2xu_x + uy_y = 0$ ,  $u|_{y=1} = x^3 - x$ ,  $u_y|_{y=1} = 3x^3 - 2x$ ,  $1 < x < 2$ .

### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $9u_{tt} = u_{xx} + t \sin \frac{x}{3} + x \sin \frac{t}{3}$ ,  $(t > 0, x > 0)$ ;  $u|_{t=0} = 3 + \frac{3}{2}x^2$ ,  $(x \geq 0)$ ;  
 $u_t|_{t=0} = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3} \cos 2x$ ,  $(x \geq 0)$ ;  $u_x|_{x=0} = 3t - \sin \frac{t}{3}$ ,  $(t \geq 0)$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $9u_{tt} = u_{xx} + t \sin \frac{x}{3} + x \sin \frac{t}{3}$ ,  $(t > 0, x > 0)$ ;  
 $u|_{t=0} = 3 + 3x + \frac{3}{2}x^2 + \sin 2x$ ,  $(x \geq 0)$ ;  $u_t|_{t=0} = -\frac{1}{3} - \frac{4}{3}x + 9 \sin \frac{x}{3} - \frac{2}{3} \cos 2x$ ,  $(x \geq 0)$ ;  
 $(u - u_x)|_{x=0} = -2 - 3t + \sin \frac{t}{3}$ ,  $(t \geq 0)$ .



## 10. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к параболическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xx} - 2u_x = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики для уравнения  $u_{xx} - 3x^2 u_{xy} + 2x^4 u_{yy} - 2x \cdot u_x = 0$ .
4. Найти решение задачи по формуле Даламбера  $9u_{tt} = u_{xx}$ ,  $u|_{t=0} = e^{3x}$ ,  $u_t|_{t=0} = 2$ .
5. Решить задачу Коши и указать наибольшую область, в которой решение определено однозначно:  $xu_{xx} + x^3 u_{xy} - 2x^5 u_{yy} - 2u_x = 0$ ,  $u|_{x=1} = 3y^2 + y + 1$ ,  $u_x|_{x=1} = 6y + 4$ ,  $-1 < y < 1$ .

### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $4u_{tt} = u_{xx} + 20tx^3 + 20xt^3$ ,  $(t > 0, x > 0)$ ;  $u|_{t=0} = -1 + 3x^2 + \cos 2x$ ,  $(x \geq 0)$ ;  $u_t|_{t=0} = -x^5$ ,  $(x \geq 0)$ ;  $u_x|_{x=0} = \frac{t^5}{4}$ ,  $(t \geq 0)$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $4u_{tt} = u_{xx} + 20tx^3 + 20xt^3$ ,  $(t > 0, x > 0)$ ;  
 $u|_{t=0} = -1 + 3x^2 + \cos 2x$ ,  $(x \geq 0)$ ;  $u_t|_{t=0} = -x - x^5 + \sin 2x$ ,  $(x \geq 0)$ ;  $u_x|_{x=0} = t + \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{t+2} + e^{-\frac{1}{2}}$ ,  $(t \geq 0)$ .

## 11. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к гиперболическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} + 4u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Выписать общее решение уравнения  $4x \cdot u_{xy} - 3u_y = 0, (x, y) \in R^2$ .
5. Решить задачу Коши и указать наибольшую область, в которой решение определено однозначно:  $y^4 u_{yy} + y^2 u_{xy} - 2u_{xx} + 2y^3 u_y = 0, u|_{y=1} = x^2 + 5, u_y|_{y=1} = 2x - 6, 1 < x < 2$ .

### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $u_{tt} = 9u_{xx} + 9t \cos 3x - 9x \cos 3t, (t > 0, x > 0); u|_{t=0} = 5x, (x \geq 0);$   
 $u_t|_{t=0} = 6 \sin 2x + \frac{1}{9} \cos 3x, (x \geq 0); u|_{x=0} = \frac{t}{9}, (t \geq 0)$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $u_{tt} = 9u_{xx} + 9t \cos 3x - 9x \cos 3t, (t > 0, x > 0); u|_{t=0} = 3 + 5x + 4x^2 + \sin 2x + \cos 2x, (x \geq 0);$   
 $u_t|_{t=0} = -6 - 24x + 6 \sin 2x - 6 \cos 2x + \frac{1}{9} \cos 3x, (x \geq 0); (u - u_x)|_{x=0} = -2 + \frac{1}{9}t - \cos 3t, (t \geq 0).$



## 12. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



### 1. Метод характеристик

1. Выписать уравнение характеристик в  $n$ -мерном случае.
2. Определить тип уравнения  $u_{xx} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Решить задачу:  $u_{xy} = 0, (x, y) \in R^2, u(x, 0) = x^2 + 1, u(0, y) = \sin y + 1$ .
5. Решить задачу  $yu_{xx} + (x + y)u_{xy} + x \cdot u_{yy} + u_x + u_y = 0, y > |x|, u|_{x=1} = 1, u_x|_{x=1} = 1 - \frac{1}{y}, y > 1$ .

### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $u_{tt} = 4u_{xx} - 12tx^2 + 12xt^2, (t > 0, x > 0); u|_{t=0} = -1 + \cos x, (x \geq 0);$   
 $u_t|_{t=0} = \frac{1}{4}x^4, (x \geq 0); u_x|_{x=0} = t^4, (t \geq 0)$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $u_{tt} = 4u_{xx} - 12tx^2 + 12xt^2, (t > 0, x > 0);$   
 $u|_{t=0} = -1 + x^2 + \ln(1 + x) + e^{-x}, (x \geq 0); u_t|_{t=0} = 4x + \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{1+x} + 2e^{-x}, (x \geq 0);$   
 $u_x|_{x=0} = -4t + t^4 + 2 \sin 4t, (t \geq 0).$

### 13. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



#### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Решить задачу:  $u_{xy} = 0, (x, y) \in R^2, u(x, 0) = x^2 + 1, u(0, y) = \sin y + 1$ .
5. Решить задачу  $xu_{xx} + 2(x+1)u_{xy} + (x+2)u_{yy} + u_x + u_y = 0, x > 0, y < 0, u|_{y=0} = -x, u_y|_{y=0} = 1 - \frac{2}{x}, x > 0$ .

#### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $u_{tt} = u_{xx} - 2e^x \cos t, t > 0, x > 0, u|_{t=0} = \sin x, u_t|_{t=0} = 2x, x \geq 0, u|_{x=0} = \cos t, t \geq 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $u_{tt} = u_{xx} - 2e^x \cos t, t > 0, x > 0; u|_{t=0} = 3e^x - x^2, u_t|_{t=0} = 2x, x \geq 0; (u + u_x)|_{x=0} = 2e^t + 4 \cos t, t \geq 0$ .



### 14. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



#### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к параболическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xx} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Поставить задачу Коши для однородного волнового уравнения на прямой. Выписать формулу Даламбера для ее решения (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
5. Решить задачу  $u_{xx} - 2(x+1)u_{xy} + 4x \cdot u_{yy} + \frac{2u_y - u_x}{x-1} = 0, x > 1, y > 0; u|_{y=1} = -1, u_y|_{y=1} = \frac{1}{x} - 1, x > 1$ .

#### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $u_{tt} = 4u_{xx} - 12 \cos(x + 4t), t > 0, x > 0, u|_{t=0} = x^2 + \cos x, u_t|_{t=0} = 2 \cos x - 4 \sin x, x \geq 0, u_x|_{x=0} = \sin 4t, t \geq 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $u_{tt} = 4u_{xx} - 12 \cos(x + 4t), t > 0, x > 0; u|_{t=0} = x + \cos x + \sin x, u_t|_{t=0} = 2 \cos x - 2 - 4 \sin x, x \geq 0; (u - u_x)|_{x=0} = \cos 4t + \sin 4t - 2 \cos 2t, t \geq 0$ .

15. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к гиперболическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Найти решение задачи по формуле Даламбера  $9u_{tt} = u_{xx}, u|_{t=0} = e^{3x}, u_t|_{t=0} = 2$ .
5. Решить задачу  $xu_{xx} - (2x+1)u_{xy} + (x+1)u_{yy} + u_x - u_y = 0, x > 0, y > 1; u|_{y=1} = x+1,$   
 $u_y|_{y=1} = 1 - \frac{1}{x}, x > 0.$

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $u_{tt} = 9u_{xx} + 18e^{-3t} \sin x, t > 0, x > 0,$   
 $u|_{t=0} = 2 \sin x, u_t|_{t=0} = x - 3 \sin x, x \geq 0, u|_{x=0} = 0, t \geq 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $u_{tt} = 9u_{xx} + 18e^{-3t} \sin x, t > 0, x > 0;$   
 $u|_{t=0} = 2x^2 + 2 \sin x + \cos x, u_t|_{t=0} = -3 \cos x, x \geq 0; (2u + u_x)|_{x=0} = 4e^{-3t} + 18t^2 + 6t, t \geq 0.$



16. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



1. Метод характеристик

1. Выписать уравнение характеристик в  $n$ -мерном случае.
2. Определить тип уравнения  $u_{xx} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики для уравнения  $u_{xx} - 3x^2u_{xy} + 2x^4u_{yy} - 2x \cdot u_x = 0$ .
4. Выписать общее решение уравнения  $4x \cdot u_{xy} - 3u_y = 0, (x, y) \in R^2$ .
5. Решить задачу  $8xu_{xx} - 6\sqrt{x}u_{xy} + u_{yy} + 4u_x = 0, x > 0, y > 0; u|_{y=0} = \frac{x}{2}, u_y|_{y=0} = 0$ .

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $u_{tt} = 16u_{xx} - 16te^x, t > 0, x > 0, u|_{t=0} = x^2 - 2, u_t|_{t=0} = e^x - 4, x \geq 0,$   
 $u_x|_{x=0} = t, t \geq 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $u_{tt} = 16u_{xx} - 16te^x, t > 0, x > 0;$   
 $u|_{t=0} = 2e^x + x - 2, u_t|_{t=0} = e^x - 4, x \geq 0; (u - 2u_x)|_{x=0} = -\cos 4t + 2 \sin 4t - e^{4t} - 9t - 4, t \geq 0.$



17. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} + 4u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Выписать общее решение уравнения  $4x \cdot u_{xy} - 3u_y = 0, (x, y) \in R^2$ .
5. Решить задачу  $u_{xx} + \cos x \cdot u_{xy} + (\cos x - 1)u_{yy} - \frac{\sin x}{2 - \cos x}(u_x + u_y) = 0, (x, y) \in R^2, y \in R^1$ ;  
 $u|_{x=0} = 3y, u_x|_{x=0} = -2$ .

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $16u_{tt} = u_{xx} + 24e^{2x-t}, t > 0, x > 0$ ,  
 $u|_{t=0} = 2e^{2x} + 16x^2, u_t|_{t=0} = 1 - 2e^{2x}, x \geq 0, u_x|_{x=0} = 4e^{-t}, t \geq 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $16u_{tt} = u_{xx} + 24e^{2x-t}, t > 0, x > 0$ ;  
 $u|_{t=0} = 4x, u_t|_{t=0} = 2e^{2x} - 1, x \geq 0; u_x|_{x=0} = 4e^{-t} + 8t, t \geq 0$ .



18. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к параболическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xx} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Найти решение задачи по формуле Даламбера  $9u_{tt} = u_{xx}, u|_{t=0} = e^{3x}, u_t|_{t=0} = 2$ .
5. Решить задачу  $6x^2u_{xx} + 7xu_{xy} - 3u_{yy} + 6xu_x = 0, x > 1; u|_{x=1} = 8y, u_x|_{x=1} = -1$ .

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $u_{tt} = 9u_{xx} + 90 \cos(2x + 9t), t > 0, x > 0$ ,  
 $u|_{t=0} = 8 \cos 3x - 5 \cos 2x, u_t|_{t=0} = 0, x \geq 0, u_x|_{x=0} = 4 \sin 9t, t \geq 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $u_{tt} = 9u_{xx} + 90 \cos(2x + 9t), t > 0, x > 0$ ;  
 $u|_{t=0} = 8 \cos 3x - 5 \cos 2x, u_t|_{t=0} = 0, x \geq 0; u_x|_{x=0} = 18t - 2 \sin 9t, t \geq 0$ .

19. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к гиперболическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Решить задачу:  $u_{xy} = 0, (x, y) \in R^2, u(x, 0) = x^2 + 1, u(0, y) = \sin y + 1$ .
5. Решить задачу  $2x^2u_{xx} + xy \cdot u_{xy} - y^2u_{yy} + 2x \cdot u_x - y \cdot u_y = 9y^3, x > 0, y > 0; u|_{y=1} = \ln \frac{1}{x^3},$

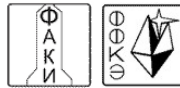
$$u_y|_{y=1} = \frac{3}{x}.$$

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $9u_{tt} = u_{xx} + 54e^{3x-2t}, t > 0, x > 0,$   
 $u|_{t=0} = e^{9x^2} + 2e^{3x}, u_t|_{t=0} = 3 - 4e^{3x}, x \geq 0, u_x|_{x=0} = 6e^{-2t},$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $9u_{tt} = u_{xx} + 54e^{3x-2t}, t > 0, x > 0;$   
 $u|_{t=0} = 6x, u_t|_{t=0} = -2, x \geq 0; u_x|_{x=0} = 6e^{-2t} + 12t, t \geq 0.$



20. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



1. Метод характеристик

1. Выписать уравнение характеристик в  $n$ -мерном случае.
2. Определить тип уравнения  $u_{xx} - 2u_x = 0, (x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} = 0, (x, y) \in R^2$ .
4. Поставить задачу Коши для однородного волнового уравнения на прямой. Выписать формулу Даламбера для ее решения (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
5. Решить задачу  $2xu_{xx} + 3x^2u_{xy} - 2x^3u_{yy} - 2u_x = 0, y > 0; u|_{y=0} = 0, u_y|_{y=0} = 10x^2.$

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $u_{tt} = 0.25u_{xx} + t \sin 2x, t > 0, x > 0, u|_{t=0} = 14x - \sin 2x,$   
 $u_t|_{t=0} = \sin 2x, x \geq 0, u|_{x=0} = 0, t \geq 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $u_{tt} = 0.25u_{xx} + t \sin 2x, t > 0, x > 0;$   
 $u|_{t=0} = 14x - \cos 2x, u_t|_{t=0} = 3, x \geq 0; (4u - u_x)|_{x=0} = 2t - 18, t \geq 0.$

## 21. УМФ 3 курс 5 семестр 1 задание



### 1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке  $x_0 \in R^n$  к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения  $u_{xy} - 2u_x = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
3. Найти характеристики уравнения  $u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ .
4. Решить задачу:  $u_{xy} = 0$ ,  $(x, y) \in R^2$ ,  $u(x, 0) = x^2 + 1$ ,  $u(0, y) = \sin y + 1$
5. Решить задачу  $u_{xx} - 3x^2u_{xy} + 2x^4u_{yy} - \frac{2}{x}u_x = 0$ ,  $x > 1$ ;  $u|_{x=1} = 7y + 2$ ,  $u_x|_{x=1} = 6$ .

### 2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти классическое решение смешанной задачи:  $u_{tt} = 9u_{xx}$ ,  $t > 0$ ,  $x > 0$ ,  $u|_{t=0} = \sin x$ ,  
 $u_t|_{t=0} = -3 \cos x$ ,  $x \geq 0$ ,  $u_x|_{x=0} = 0$ ,  $t \geq 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи  $u_{tt} = 9u_{xx}$ ,  $t > 0$ ,  $x > 0$ ;  $u|_{t=0} = \sin x$ ,  
 $u_t|_{t=0} = -3 \cos x$ ,  $x \geq 0$ ;  $u_x|_{x=0} = (t+1)e^{t/2}$ ,  $t \geq 0$ .