1. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в $\mathbb{R}^n$ $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в $\mathbb{R}^3$.
2. Решить задачу Коши: $9u_{tt} = u_{xx}$; $u\big|_{t=0} = e^{3x}$, $u_t\big|_{t=0} = 2$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u + 2\sin(x+y+z)\sin t$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = y^3 + z$.

2. Задача Коши в $\mathbb{R}^n$ $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Поставить задачу Коши для однородного уравнения теплопроводности в $\mathbb{R}^n$ (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $9u_t = \Delta u$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$; $u\big|_{t=0} = (xy)^2$.
3. Найти решение задачи $u_t = \dfrac{1}{4}\Delta u + \cos(5x)\cdot e^{t-5z}$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = y^3 \operatorname{sh} 2x$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке [0; 2], удовлетворяющие условиям: $f(0) = 0$, $f(2) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, \ t > 0, \ 0 < x < \pi, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_t\big|_{t=0} = g(x), \ u\big|_{x=0} = 0 = u_x\big|_{x=\pi} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt} = u_{xx} + x^2 - \pi x$, $0 < x < \pi$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x$, $u_t\big|_{t=0} = -1$, $0 \le x \le \pi$; $u\big|_{x=0} = -t$, $u\big|_{x=\pi} = \pi - t$, $t \ge 0$.

---

2. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в $\mathbb{R}^n$ $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в $\mathbb{R}^2$.
2. Решить задачу Коши: $9u_{tt} = \Delta u$; $u\big|_{t=0} = x^2$, $u_t\big|_{t=0} = y$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 3\Delta u + 2(x^3 y - xy^3)$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = yze^x$.

2. Задача Коши в $\mathbb{R}^n$ $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Выписать формулу Пуассона для решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности в $\mathbb{R}^n$ (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $u_t = 4\Delta u$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$; $u\big|_{t=0} = \sin x + \cos y$.
3. Найти решение задачи $u_t = \Delta u + y \cdot e^{2z-t}$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = (y - x^4)\sin z$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке [0; 3], удовлетворяющие условиям: $f(0) = 0$, $f'(3) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx} + 4u + \cos t, \ t > 0, \ 0 < x < 1, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_t\big|_{t=0} = g(x), \ u_x\big|_{x=0} = 0 = u_x\big|_{x=1} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_t = u_{xx} + 2x$, $0 < x < \pi$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = 0$, $0 \le x \le \pi$; $u_x\big|_{x=0} = t$, $u_x\big|_{x=\pi} = t$, $t \ge 0$.

3. УМФ   3курс 5 семестр   **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2{,}3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 4\Delta u$; $u\big|_{t=0} = xy$, $u_t\big|_{t=0} = z$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = (t - x)\cdot e^{t-x}$, $(x,y,z)\in \mathbb{R}^3$ $t > 0$; $u\big|_{t=0} = y\left(y^2 - z^2\right)$, $u_t\big|_{t=0} = 0$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2{,}3)$ для уравнения теплопроводности

1. Сформулировать принцип максимума для уравнения теплопроводности.
2. Решить задачу Коши: $u_t = 4\Delta u$, $(x, y)\in \mathsf{R}^2$; $u\big|_{t=0} = \sin x \cdot \cos y$.
3. Решить задачу Коши: $u_t = 2\Delta u + \left(x^2 + 4y^2 - 5z^2\right)e^t$, $(x,y,z)\in \mathsf{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = xy^2$, $(x,y,z)\in\mathsf{R}^3$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $\left[0; \dfrac{\pi}{6}\right]$, удовлетворяющие условиям: $f(0) = 0$, $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} 4u_{tt} = u_{xx} + F(x,t), \ t > 0, \ 0 < x < 2, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_t\big|_{t=0} = g(x), \ u_x\big|_{x=0} = 0 = u_x\big|_{x=2} \end{cases}$ в виде функционального ряда.

   Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt} = u_{xx} + (0.5\pi - 5x)\cdot\cos 2t$, $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x$, $u_t\big|_{t=0} = 0$, $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$; $u_x\big|_{x=0} = \cos 2t$, $u\big|_{x=\frac{\pi}{2}} = 0.5\pi\cdot\cos 2t$, $t \ge 0$.

- -

4. УМФ   3курс 5 семестр   **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2{,}3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $4u_{tt} = u_{xx}$; $u\big|_{t=0} = \sin 2x$, $u_t\big|_{t=0} = e^{-x}$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = \dfrac{1}{1 + (t + x)^2}$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$ $t > 0$; $u\big|_{t=0} = yz\,(y - z)$, $u_t\big|_{t=0} = 0$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2{,}3)$ для уравнения теплопроводности

1. Поставить задачу Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши в: $4u_t = \Delta u$, $(x, y)\in\mathsf{R}^2$; $u\big|_{t=0} = e^x \cdot y^2$.
3. Решить задачу Коши: $u_t = 4\Delta u + e^{x+z+4t}$, $(x, y, z)\in\mathsf{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x^3\cos y$, $(x, y, z)\in\mathsf{R}^3$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке [0; 3], удовлетворяющие условиям: $f'(0) = 0$, $f(3) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_{tt} = 9u_{xx} + F(x,t), \ t > 0, \ 0 < x < 2, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_t\big|_{t=0} = g(x), \ u\big|_{x=0} = 0 = u\big|_{x=2} \end{cases}$ в виде функционального ряда.

   Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_t = u_{xx} + 1 + x$, $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = \pi x$, $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$; $u\big|_{x=0} = t$, $u_x\big|_{x=\frac{\pi}{2}} = \pi$, $t \ge 0$.

5. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 4\Delta u$; $u\big|_{t=0} = \sin x \ e^y$, $u_t\big|_{t=0} = 2$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u + \left[x^2 - z^2 + x - 2y + 3z\right] \cdot e^t$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ $t > 0$; $u\big|_{t=0} = \sqrt[3]{x - 2y + 3z}$, $u_t\big|_{t=0} = x^2 yz$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Выписать формулу Пуассона для решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $9u_t = \Delta u$, $(x, y, z) \in R^3$; $u\big|_{t=0} = x^2 + y^2 + z^2$.
3. Решить задачу Коши: $u_t - \Delta u = \cos(3t + x + y + z)$, $(x, y, z) \in R^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = xyz \cdot \cos x$, $(x, y, z) \in R^3$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $[0;\ 2]$, удовлетворяющие условиям: $f'(0) = 0$, $f'(2) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx}, \ t > 0, \ 0 < x < 1, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_x\big|_{x=0} = 0 = u\big|_{x=1} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_t = u_{xx} + 1 + x$, $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = \pi x$, $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$; $u\big|_{x=0} = t$, $u_x\big|_{x=\frac{\pi}{2}} = \pi$, $t \ge 0$.

---

6. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $9u_{tt} = \Delta u$; $u\big|_{t=0} = x + y$, $u_t\big|_{t=0} = \sin z$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \dfrac{1}{3}\Delta u + 5\cos(x + y + 5z) \cdot \sin 2t$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ $t > 0$; $u\big|_{t=0} = e^{(x+y+z)^3}$, $u_t\big|_{t=0} = 8\cos(x + y + 5z) + xyz^3$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Сформулировать принцип максимума для уравнения теплопроводности.
2. Решить задачу Коши: $u_t = 2\Delta u$, $(x, y, z) \in R^3$; $u\big|_{t=0} = \sin x + \sin y + \sin z$.
3. Решить задачу Коши: $u_t - \Delta u = e^{t+x+y}\cos z$, $(x, y, z) \in R^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = (x + y + z) \cdot \sin x$, $(x, y, z) \in R^3$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $[0;\ \pi]$, удовлетворяющие условиям: $f(0) = 0$, $f'(\pi) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} 9u_{tt} = u_{xx}, \ t > 0, \ 0 < x < 3, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_x\big|_{x=0} = 0 = u\big|_{x=3} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt} = 3u_{xx} + 3u - 3tx - 6t + 9\pi \sin t \sin \dfrac{x}{2}$, $(t > 0, \ 0 < x < \pi)$; $u\big|_{t=0} = 0$, $(0 \le x \le \pi)$; $u_t\big|_{t=0} = 2 + x$, $(0 \le x \le \pi)$; $u\big|_{x=0} = 2t$, $(t \ge 0)$; $u\big|_{x=\pi} = 2t + \pi t$, $(t \ge 0)$.

7. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n=2{,}3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt}=4u_{xx}$; $u\big|_{t=0}=1+x^2$, $u_t\big|_{t=0}=3x^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt}=\dfrac{1}{5}\Delta u+2t^2\cos(x+2y)$, $\left(t>0,(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\right)$; $u\big|_{t=0}=yz^3$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$; $u_t\big|_{t=0}=\dfrac{1}{1+(x-2z)^2}$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$.

2. Задача Коши в R^n $(n=2{,}3)$ для уравнения теплопроводности

1. Поставить задачу Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $u_t=4\Delta u$, $(x,y,z)\in\mathrm{R}^3$; $u\big|_{t=0}=\sin x\cdot\sin y\cdot\sin z$
3. Решить задачу Коши: $u_t=0.5\Delta u+cht\cdot e^{-5z}\cdot\cos(3x+4y)$, $(x,y,z)\in\mathrm{R}^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0}=(x+y)\cdot\cos(x+z)$, $(x,y,z)\in\mathrm{R}^3$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

4. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $[0;\,1]$, удовлетворяющие условиям: $f'(0)=0$, $f'(1)=0$.
5. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases}u_{tt}=a^2u_{xx},\ t>0,\ 0<x<\pi,\\ u\big|_{t=0}=f(x),\ u_t\big|_{t=0}=g(x),\ u\big|_{x=0}=0=u_x\big|_{x=\pi}\end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
6. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt}=u_{xx}+5u-5tx-5t+9\pi e^{-t}\sin 2x$, $\left(t>0,\ 0<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$; $u\big|_{t=0}=0$, $\left(0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\right)$; $u_t\big|_{t=0}=1+x$, $\left(0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\right)$; $u\big|_{x=0}=t$, $(t\ge 0)$; $u_x\big|_{x=\frac{\pi}{2}}=t$, $(t\ge 0)$.

8. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n=2{,}3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt}=9\Delta u$; $u\big|_{t=0}=0$, $u_t\big|_{t=0}=(2x+y)^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt}=4\Delta u$, $\left(t>0,(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\right)$; $u\big|_{t=0}=e^xyz$, $\left((x,y,z)\in\mathrm{R}^3\right)$; $u_t\big|_{t=0}=xy^3+sh\left(x^2+y^2+z^2\right)$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$.

2. Задача Коши в R^n $(n=2{,}3)$ для уравнения теплопроводности

1. Выписать формулу Пуассона для решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $4u_t=\Delta u$, $(x,y,z)\in\mathrm{R}^3$; $u\big|_{t=0}=xy+z^2$.
3. Решить задачу Коши: $u_t=0.25\Delta u+\left(x^2+7x+2y^2-3z^2+11\right)\cdot t$, $(x,y,z)\in\mathrm{R}^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0}=x^3e^{-y^2}\sin 2z$, $(x,y,z)\in\mathrm{R}^3$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $[0;\,1]$, удовлетворяющие условиям: $f'(0)=0$, $f(1)=0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases}u_{tt}=4u_{xx}+4u+\cos t,\ t>0,\ 0<x<1,\\ u\big|_{t=0}=f(x),\ u_t\big|_{t=0}=g(x),\ u_x\big|_{x=0}=0=u_x\big|_{x=1}\end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt}=u_{xx}+39\pi e^{-t}\sin x$, $\left(t>0,\ 0<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$; $u\big|_{t=0}=2x$, $\left(0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\right)$; $u_t\big|_{t=0}=1-\cos 5x$, $\left(0\le x\le\dfrac{\pi}{2}\right)$; $u_x\big|_{x=0}=2$, $(t\ge 0)$; $u\big|_{x=\frac{\pi}{2}}=\pi+t$, $(t\ge 0)$.

9. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n=2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt}=\frac{1}{4}\Delta u$; $u|_{t=0}=x^2+y^2+z^2$, $u_t|_{t=0}=0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt}=3\Delta u+18e^{3t}\cos(x-y+z)$, $t>0$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$, $\Delta u=u_{xx}+u_{yy}+u_{zz}$, $u|_{t=0}=xy^2z$, $u_t|_{t=0}=3\cos(x-y+z)$.

2. Задача Коши в R^n $(n=2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Сформулировать принцип максимума для уравнения теплопроводности.
2. Решить задачу Коши в R^3: $\begin{cases} u_{tt}=4u_{xx}+\cos x,\ (x,y,z)\in\mathbb{R}^3,\ t>0, \\ u|_{t=0}=\cos y\cdot\cos z. \end{cases}$
3. Решить классическую задачу Коши: $u_t=2\Delta u+xe^{8t-2x}$, $(t>0,(x,y,z)\in\mathrm{R}^3)$; $u|_{t=0}=(x+z)^4\cos y$, $((x,y,z)\in\mathrm{R}^3)$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\frac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $[0;6\pi]$, удовлетворяющие условиям: $f'(0)=0$, $f'(6\pi)=0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} 4u_{tt}=u_{xx}+F(x,t),\ t>0,\ 0<x<2, \\ u|_{t=0}=f(x),\ u_t|_{t=0}=g(x),\ u_x|_{x=0}=0=u_x|_{x=2} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt}=u_{xx}+u-xt+2\cos x$, $t>0$, $0<x<\frac{\pi}{2}$; $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=\frac{\pi}{2}$, $0\le x\le\frac{\pi}{2}$; $u_x|_{x=0}=t$, $u|_{x=\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}t$, $t\ge 0$.

- -

10. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n=2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt}=16u_{xx}$; $u|_{t=0}=\cos^2 x$, $u_t|_{t=0}=\cos^2 x$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt}=\Delta u+9t\sin(2x-2y+z)$, $t>0$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$, $u|_{t=0}=2\sin(2x-2y+z)$, $u_t|_{t=0}=x^3yz$.

2. Задача Коши в R^n $(n=2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Поставить задачу Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $9u_t=\Delta u$, $(x,y)\in\mathrm{R}^2$; $u|_{t=0}=(xy)^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $5u_t=\Delta u$, $(t>0,(x,y,z)\in\mathrm{R}^3)$; $u|_{t=0}=(20x+z^5)e^{x-3y}$, $((x,y,z)\in\mathrm{R}^3)$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\frac{d^2}{dx^2}$ на отрезке [0; 2], удовлетворяющие условиям: $f(0)=0$, $f(2)=0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_{tt}=9u_{xx}+F(x,t),\ t>0,\ 0<x<2, \\ u|_{t=0}=f(x),\ u_t|_{t=0}=g(x),\ u|_{x=0}=0=u|_{x=2} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt}=u_{xx}+u+\sin x-\frac{\pi}{2}xt$, $t>0$, $0<x<\frac{\pi}{2}$; $u|_{t=0}=0$, $u_t|_{t=0}=\left(\frac{\pi}{2}+1\right)x$, $0\le x\le\frac{\pi}{2}$; $u|_{x=0}=0$, $u_x|_{x=\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi}{2}t$, $t\ge 0$.

11. УМФ 3курс 5 семестр 2 задание

1. Задача Коши в Rⁿ $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \frac{1}{4}\Delta u$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = (2x-3y)^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = 3\Delta u$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0} = zx^3 + \cos(x-y)$, $u_t\big|_{t=0} = \sqrt{x+y+z}$.

2. Задача Коши в Rⁿ $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Выписать формулу Пуассона для решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $u_t = 4\Delta u$, $(x,y)\in R^2$; $u\big|_{t=0} = \sin x + \cos y$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_t = \Delta u + (x^2+y^2-2z^2)\cos t$, $t>0$, $(x,y,z)\in R^3$, $\Delta u = u_{xx}+u_{yy}+u_{zz}$,

   $u\big|_{t=0} = e^{-y^2}\cdot\sin(x+z)$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\frac{d^2}{dx^2}$ на отрезке [0; 3], удовлетворяющие условиям: $f(0)=0$, $f'(3)=0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx}, \ t>0, \ 0<x<1, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_x\big|_{x=0} = 0 = u\big|_{x=1} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt} + 2u = u_{xx} + 2\cos^2 x$, $t>0$, $0<x<\pi$; $u\big|_{t=0} = x^2$,

   $u_t\big|_{t=0} = 1$, $0\le x\le\pi$; $u_x\big|_{x=0} = 0$, $u_x\big|_{x=\pi} = 2\pi$, $t\ge 0$.

✂ -

12. УМФ 3курс 5 семестр 2 задание

1. Задача Коши в Rⁿ $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u$; $u\big|_{t=0} = \sin(x^2+y^2+z^2)$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = 9\Delta u + 27t\,shz$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$, $t>0$;

   $u\big|_{t=0} = e^{-(x-y)^2} + shz$, $u_t\big|_{t=0} = xy^2z$.

2. Задача Коши в Rⁿ $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Выписать формулу Пуассона для решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $u_t = 4\Delta u$, $(x,y)\in R^2$; $u\big|_{t=0} = \sin x + \cos y$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_t = \Delta u + (x^2+y^2-2z^2)\cos t$, $t>0$, $(x,y,z)\in R^3$, $\Delta u = u_{xx}+u_{yy}+u_{zz}$,

   $u\big|_{t=0} = e^{-y^2}\cdot\sin(x+z)$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\frac{d^2}{dx^2}$ на отрезке [0; 3], удовлетворяющие условиям: $f'(0)=0$, $f(3)=0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} 9u_{tt} = u_{xx}, \ t>0, \ 0<x<3, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_x\big|_{x=0} = 0 = u\big|_{x=3} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt} = 9u_{xx} + u - \pi(1+x) - \frac{3}{4}\sin\frac{x}{6}$, $t>0$, $0<x<3\pi$;

   $u\big|_{t=0} = \pi(1+x) + \sin\frac{x}{6}$, $u_t\big|_{t=0} = x$, $0\le x\le 3\pi$; $u\big|_{x=0} = \pi$, $u_x\big|_{x=3\pi} = \pi$, $t\ge 0$.

13. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = 9u_{xx}$; $u\big|_{t=0} = x + e^{-x}$, $u_t\big|_{t=0} = e^{-x}$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = 0$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = xyz^2$, $u_t\big|_{t=0} = (x + 2y + 2z)e^{-(x+2y+2z)^2}$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Поставить задачу Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши в: $4u_t = \Delta u$, $(x, y) \in \mathrm{R}^2$; $u\big|_{t=0} = e^x \cdot y^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_t = 5\Delta u + \dfrac{ch(4y - 3z)\cos 5x}{(t+3)^2}$, $(x, y, z) \in \mathrm{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = ych\,(4y - 3z)\cos 5x$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $\left[0; \dfrac{\pi}{6}\right]$, удовлетворяющие условиям: $f(0) = 0$, $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, \ t > 0, \ 0 < x < \pi, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_t\big|_{t=0} = g(x), \ u\big|_{x=0} = 0 = u_x\big|_{x=\pi} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt} = 6u_{xx} + 15u - 15xt + 9x^2(\pi - x)\sin 9t$, $x \in (0, \pi)$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = 2\sin x$, $u_t\big|_{t=0} = x - 3\sin x$, $0 \le x \le \pi$; $u\big|_{x=0} = 0$, $u\big|_{x=\pi} = \pi t$, $t \ge 0$.

14. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 4\Delta u$; $u\big|_{t=0} = 4x^2 + 5y^2$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = 0$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x(y^2 + z^2)$, $u_t\big|_{t=0} = (2x - y + 2z)\sin(2x - y + 2z)^2$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Выписать формулу Пуассона для решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $9u_t = \Delta u$, $(x, y, z) \in \mathrm{R}^3$; $u\big|_{t=0} = x^2 + y^2 + z^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $2u_t = 3\Delta u + \sqrt{t+9}\,e^{-y}\cos z$, $(x, y, z) \in \mathrm{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = (2x + y + z)e^{-y} \cdot \cos z$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $[0; 2]$, удовлетворяющие условиям: $f'(0) = 0$, $f'(2) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx} + 4u + \cos t, \ t > 0, \ 0 < x < 1, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_t\big|_{t=0} = g(x), \ u_x\big|_{x=0} = 0 = u_x\big|_{x=1} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt} + 6u_t = 2u_{xx} - 5xe^{-t} + (2x - \pi)^2 e^{-4t}$, $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x$, $u_t\big|_{t=0} = x - 3\sin x$, $0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}$; $u_x\big|_{x=0} = e^{-t}$, $u_x\big|_{x=\frac{\pi}{2}} = e^{-t}$, $t \ge 0$

15. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 2\Delta u$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = (x-2y+z)^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = (x^2 + y^2)\sin t$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = (x^2+y^2+z^2)^{5/2} - y^2$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Сформулировать принцип максимума для уравнения теплопроводности.
2. Решить задачу Коши: $u_t = 2\Delta u$, $(x,y,z)\in R^3$; $u\big|_{t=0} = \sin x + \sin y + \sin z$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_t = 3\Delta u + \dfrac{\cos(3x-4y)\operatorname{sh} 5z}{t+2}$, $(x,y,z)\in R^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0} = x\cos(3x-4y)\operatorname{sh} 5z$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $[0;\pi]$, удовлетворяющие условиям: $f(0)=0$, $f'(\pi)=0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} 4u_{tt} = u_{xx} + F(x,t),\ t>0,\ 0<x<2, \\ u\big|_{t=0} = f(x),\ u_t\big|_{t=0} = g(x),\ u_x\big|_{x=0} = 0 = u_x\big|_{x=2} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $2u_{tt} = 20u_{xx} + 13u - 5e^{-2t} + x(x^2 - 4\pi^2)\sin 4t$, $x\in(0,2\pi)$, $t>0$; $u\big|_{t=0} = 3\sin\dfrac{x}{2} + 1$, $u_t\big|_{t=0} = -2$, $0\le x\le 2\pi$; $u\big|_{x=0} = e^{-2t}$, $u\big|_{x=2\pi} = e^{-2t}$, $t\ge 0$.

- -

16. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить классическую задачу Коши: $5u_{tt} = u_{xx}$; $u\big|_{t=0} = x\sin x$, $u_t\big|_{t=0} = x\cos x^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = \cos t\cdot(3\sin 2y - z)$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0} = (x^2+y^2+z^2)^{5/2} + \sin 2y$, $u_t\big|_{t=0} = 1$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Поставить задачу Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $u_t = 4\Delta u$, $(x,y,z)\in R^3$; $u\big|_{t=0} = \sin x\cdot\sin y\cdot\sin z$
3. Решить классическую задачу Коши: $2u_t = 7\Delta u + \dfrac{\sin x\operatorname{sh} z}{\sqrt{t+4}}$, $(x,y,z)\in R^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0} = (x-2y+z)\sin x\operatorname{ch} z$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $[0;1]$, удовлетворяющие условиям: $f'(0)=0$, $f'(1)=0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_{tt} = 9u_{xx} + F(x,t),\ t>0,\ 0<x<2, \\ u\big|_{t=0} = f(x),\ u_t\big|_{t=0} = g(x),\ u\big|_{x=0} = 0 = u\big|_{x=2} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt} + 10u_t = u_{xx} + 20x^2 - 4t + 12(\pi - 2x)e^{-8t}$, $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$, $t>0$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = 2x^2$, $0\le x\le\dfrac{\pi}{4}$; $u_x\big|_{x=0} = 0$, $u_x\big|_{x=\frac{\pi}{4}} = \pi t$, $t\ge 0$.

17. УМФ   3курс 5 семестр   2 задание

1. Задача Коши в Rⁿ $(n=2{,}3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt}=25\Delta u$; $u\big|_{t=0}=5x^2-6y^2$, $u_t\big|_{t=0}=y$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt}=\Delta u-18(t+1)t\,\mathrm{ch}(x-2y+z)$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0}=x^2-3y^2-4z^2$, $u_t\big|_{t=0}=(x+y+z)\cos x$.

2. Задача Коши в Rⁿ $(n=2{,}3)$ для уравнения теплопроводности

1. Выписать формулу Пуассона для решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $4u_t=\Delta u$, $(x,y,z)\in R^3$; $u\big|_{t=0}=xy+z^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_t=2\Delta u+xy$, $(x,y,z)\in R^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0}=z^3\cdot\sin(x-2y)$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. **Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $[0;\,1]$, удовлетворяющие условиям: $f'(0)=0$, $f(1)=0$.**
2. **Записать общий вид решения задачи $\begin{cases}u_t=a^2u_{xx},\ t>0,\ 0<x<1,\\ u\big|_{t=0}=f(x),\ u_x\big|_{x=0}=0=u\big|_{x=1}\end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.**
3. **Методом разделения переменных решить смешанную задачу:** $u_{tt}=4u_{xx}+\sin 3x$, $x\in(0,\pi)$, $t>0$; $u\big|_{t=0}=x\sin x$, $u_t\big|_{t=0}=1-x$, $u\big|_{x=0}=t$, $u\big|_{x=\pi}=t(1-\pi)$.

✂ -

18. УМФ   3курс 5 семестр   2 задание

1. Задача Коши в Rⁿ $(n=2{,}3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt}=16\Delta u$; $u\big|_{t=0}=x^2+y^2-z^2$, $u_t\big|_{t=0}=0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt}-\Delta u=\mathrm{sh}(6x-2y-3z+7t)$, $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0}=xy^2+yz^2+zx^2$, $u_t\big|_{t=0}=0$.

2. Задача Коши в Rⁿ $(n=2{,}3)$ для уравнения теплопроводности

1. Выписать формулу Пуассона для решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $4u_t=\Delta u$, $(x,y,z)\in R^3$; $u\big|_{t=0}=xy+z^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_t=2\Delta u+xy$, $(x,y,z)\in R^3$, $t>0$; $u\big|_{t=0}=z^3\cdot\sin(x-2y)$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $[0;\,6\pi]$, удовлетворяющие условиям: $f'(0)=0$, $f'(6\pi)=0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases}9u_{tt}=u_{xx},\ t>0,\ 0<x<3,\\ u\big|_{t=0}=f(x),\ u_x\big|_{x=0}=0=u\big|_{x=3}\end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_t=u_{xx}+x^2$, $x\in\left(0,\dfrac{1}{4}\right)$, $t>0$; $u\big|_{t=0}=2x^2-x$, $u_x\big|_{x=0}=0$, $u_x\big|_{x=\frac{1}{4}}=\dfrac{t}{2}$.

19. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u$; $u\big|_{t=0} = x^2 + y^2 + z^2$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = \cos(x - 2y - 2z + 3t)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x(x^2 + y^2 + z^2)$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Поставить задачу Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $9u_t = \Delta u$, $(x, y) \in R^2$; $u\big|_{t=0} = (xy)^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_t = \Delta u + 27(t^2 - 1)\cos(x + y + z)$, $(x, y, z) \in R^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = (x - y + z)\sin z$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке $\left[0; \dfrac{\pi}{6}\right]$, удовлетворяющие условиям: $f(0) = 0$, $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, \ t > 0, \ 0 < x < \pi, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_t\big|_{t=0} = g(x), \ u\big|_{x=0} = 0 = u_x\big|_{x=\pi} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_{tt} = 9u_{xx} + 18x\cos x$, $x \in \left(0, \dfrac{\pi}{2}\right)$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = \sin x$, $u_t\big|_{t=0} = 2x + 1$, $u\big|_{x=0} = t$, $u_x\big|_{x=\frac{\pi}{2}} = 2t$.

---

20. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u$; $u\big|_{t=0} = x^2 + y^2 + z^2$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = \cos(x - 2y - 2z + 3t)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x(x^2 + y^2 + z^2)$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для уравнения теплопроводности

1. Выписать формулу Пуассона для решения задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности в R^n (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
2. Решить задачу Коши: $u_t = 4\Delta u$, $(x, y) \in R^2$; $u\big|_{t=0} = \sin x + \cos y$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_t = \Delta u + (5t^2 + 2t + 5)\sin(x - 2z)$, $(x, y, z) \in R^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = (x + y + z)\cos y$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке [0; 2], удовлетворяющие условиям: $f(0) = 0$, $f(2) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx} + 4u + \cos t, \ t > 0, \ 0 < x < 1, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_t\big|_{t=0} = g(x), \ u_x\big|_{x=0} = 0 = u_x\big|_{x=1} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_t = 16u_{xx} + 4x^2 + 2x$, $x \in \left(0, \dfrac{1}{2}\right)$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = 2\cos(\pi x)$, $u_x\big|_{x=0} = 2t$, $u\big|_{x=\frac{1}{2}} = 2t$.

21. УМФ 3курс 5 семестр **2 задание**

1. Задача Коши в R^n $(n = 2{,}3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $4u_{tt} = \Delta u$; $u\big|_{t=0} = 2x^2 + y^2 - 2z^2$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u$, $(x,y,z) \in \mathsf{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x\left(y^2 + z^2\right)$,

   $u_t\big|_{t=0} = (2x - y + 2z)\sin(2x - y + 2z)$.

2. Задача Коши в R^n $(n = 2{,}3)$ для уравнения теплопроводности

1. Сформулировать принцип максимума для уравнения теплопроводности.
2. Решить задачу Коши в: $u_t = 4\Delta u$, $(x, y) \in \mathsf{R}^2$; $u\big|_{t=0} = \sin x \cdot \cos y$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_t - \Delta u = \operatorname{ch}(x - y + 2z + 6t)$, $(x, y, z) \in \mathsf{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x^2 y^2 z^2$.

3. Смешанная задача с начальными условиями на отрезке. Метод Фурье.

1. Найти все собственные функции $f(x)$ для оператора $-\dfrac{d^2}{dx^2}$ на отрезке [0; 3], удовлетворяющие условиям: $f(0) = 0$, $f'(3) = 0$.
2. Записать общий вид решения задачи $\begin{cases} 4u_{tt} = u_{xx} + F(x,t), \ t > 0, \ 0 < x < 2, \\ u\big|_{t=0} = f(x), \ u_t\big|_{t=0} = g(x), \ u_x\big|_{x=0} = 0 = u_x\big|_{x=2} \end{cases}$ в виде функционального ряда. Указать необходимые условия на гладкость всех входящих в постановку задачи функций.
3. Методом разделения переменных решить смешанную задачу: $u_t = 4u_{xx} + 9u - 27\pi x(x - 2\pi) - \dfrac{9}{2\pi}(x + 2\pi)$, $t > 0$,

   $0 < x < 2\pi$; $u\big|_{t=0} = 1 + \sin x + \dfrac{x}{2\pi}$, $0 \le x \le 2\pi$; $u\big|_{x=0} = 1$, $u\big|_{x=2\pi} = 2$, $t \ge 0$.