1. УМФ   3курс 6 семестр   **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Выписать общее решение уравнения $4x \cdot u_{xy} - 3u_y = 0$, $(x, y) \in \mathsf{R}^2$.
5. Решить задачу $\begin{cases} x^2u_{xx} - y^2u_{yy} + xu_x - yu_y = 0, \\ u\big|_{y=1} = 3x,\ u_y\big|_{y=1} = -x,\ 1 < x < 4. \end{cases}$ Указать наибольшую область, в которой задача имеет единственное решение. Изменится ли решение в точке $\left(2; \frac{5}{4}\right)$, если условие $u\big|_{y=1} = 3x$ изменить на интервале $3 < x < 4$ с сохранением гладкости на $1 < x < 4$? Ответ обосновать.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Решить смешанную задачу $4u_{tt} - u_{xx} = 0$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = \sin x$, $u_t\big|_{t=0} = 0$; $u\big|_{x=0} = 0$.
3. Решить смешанную задачу $4u_{tt} - u_{xx} = 0$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = 2e^{2x} - 2x$, $u_t\big|_{t=0} = -1$; $u_x\big|_{x=0} = 2e^t - 2t$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $9u_{tt} = u_{xx}$; $u\big|_{t=0} = e^{3x}$, $u_t\big|_{t=0} = 2$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u + 2\sin(x + y + z)\sin t$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = y^3 + z$.

---

2. УМФ   3курс 6 семестр   **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к параболическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xx} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Решить задачу: $u_{xy} = 0$, $(x, y) \in \mathsf{R}^2$, $u(x,0) = x^2 + 1$, $u(0, y) = \sin y + 1$.
5. Решить задачу $\begin{cases} 2yu_{xx} + u_{xy} + 2yu_x + u_y = 0, \\ u\big|_{x=y^2} = \sin y,\ -1 < y < 1, \\ u\big|_{y=0} = 0,\ -\frac{1}{2} < x < 1. \end{cases}$ Указать наибольшую область, в которой задача имеет единственное решение. Изменится ли решение в точке $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$, если условие $u\big|_{y=0} = 0$ изменить на интервале $0 < x < 1$ с сохранением гладкости на $-\frac{1}{2} < x < 1$? Ответ обосновать.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Решить смешанную задачу $u_{tt} - 4u_{xx} = 0$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x^2$, $u_t\big|_{t=0} = -4$; $u_x\big|_{x=0} = 0$.
3. Решить смешанную задачу $u_{tt} - 4u_{xx} = 0$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x^2$, $u_t\big|_{t=0} = -4$; $u_x\big|_{x=0} = 2t - \operatorname{sh} 2t$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $9u_{tt} = \Delta u$; $u\big|_{t=0} = x^2$, $u_t\big|_{t=0} = y$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 3\Delta u + 2(x^3y - xy^3)$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = yze^x$.

3. УМФ   3курс 6 семестр   **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к гиперболическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Поставить задачу Коши для однородного волнового уравнения на прямой. Выписать формулу Даламбера для ее решения (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
5. Решить задачу $\begin{cases} 2x^2u_{xx} - 3xyu_{xy} + y^2u_{yy} + 2xu_x + yu_y = 0, \\ u\big|_{y=1} = x,\ u_y\big|_{y=1} = 0, 1 < x < 4. \end{cases}$ Указать наибольшую область, в которой задача имеет единственное решение. Изменится ли решение в точке $\left(2; \frac{5}{4}\right)$, если условие $u\big|_{y=1} = x$ изменить на интервале $2 < x < 4$ с сохранением гладкости на $1 < x < 4$? Ответ обосновать.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Решить смешанную задачу $9u_{tt} - u_{xx} = 0$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = 6x$, $u_t\big|_{t=0} = xe^{-x^2}$; $u\big|_{x=0} = 0$.
3. Решить смешанную задачу $9u_{tt} - u_{xx} = 0$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = 6x$, $u_t\big|_{t=0} = 4e^{-3x} + 2$; $u_x\big|_{x=0} = -6t + 6e^{-t}$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 4\Delta u$; $u\big|_{t=0} = xy$, $u_t\big|_{t=0} = z$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = (t - x)\cdot e^{t-x}$, $(x,y,z) \in \mathrm{R}^3$ $t > 0$; $u\big|_{t=0} = y\left(y^2 - z^2\right)$, $u_t\big|_{t=0} = 0$, $(x, y, z) \in \mathrm{R}^3$.

✂ -

4. УМФ   3курс 6 семестр   **1 задание**

1. Метод характеристик

1. Выписать уравнение характеристик в *n*-мерном случае.
2. Определить тип уравнения $u_{xx} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики для уравнения $u_{xx} - 3x^2u_{xy} + 2x^4u_{yy} - 2x \cdot u_x = 0$.
4. Найти решение задачи по формуле Даламбера $9u_{tt} = u_{xx}$, $u\big|_{t=0} = e^{3x}$, $u_t\big|_{t=0} = 2$.
5. Решить задачу $\begin{cases} xu_{xy} - yu_{yy} + (x-1)u_y = 0, \\ u\big|_{x=1} = 1 + y,\ \frac{1}{2} < y < 2, \\ u\big|_{y=\frac{1}{x}} = 2e^{1-x},\ -\frac{1}{2} < x < 2. \end{cases}$ Указать наибольшую область, в которой задача имеет единственное решение. Изменится ли решение в точке $\left(\frac{3}{2}; 1\right)$, если условие $u\big|_{x=1} = 1 + y$ изменить на интервале $\frac{1}{2} < y < 1$ с сохранением гладкости на $\frac{1}{2} < y < 2$? Ответ обосновать.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Решить смешанную задачу $u_{tt} - 9u_{xx} = 0$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = 2x$, $u_t\big|_{t=0} = 12x$; $u\big|_{x=0} = 0$.
3. Решить смешанную задачу $u_{tt} - 9u_{xx} = 0$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = 2x$, $u_t\big|_{t=0} = 12x$; $u_x\big|_{x=0} = 2\sin 3t + 6t + 2$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $4u_{tt} = u_{xx}$; $u\big|_{t=0} = \sin 2x$, $u_t\big|_{t=0} = e^{-x}$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = \dfrac{1}{1 + (t + x)^2}$, $(x,y,z) \in \mathrm{R}^3$ $t > 0$; $u\big|_{t=0} = yz(y - z)$, $u_t\big|_{t=0} = 0$, $(x,y,z) \in \mathrm{R}^3$.

5. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x,y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} + 4u_{yy} = 0$, $(x,y) \in R^2$.
4. Найти решение задачи по формуле Даламбера $9u_{tt} = u_{xx}$, $u\big|_{t=0} = e^{3x}$, $u_t\big|_{t=0} = 2$.
5. Решить задачу Коши $8x^2u_{xx} - 2y^2u_{yy} + 6xu_x - 3yu_y = 0$, $x > 1$, $y > 1$; $u\big|_{x=y} = y + y^{-1/2}$, $u_x\big|_{x=y} = -1$, $y > 1$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти решение смешанной задачи: $u_{tt} = u_{xx} + 3\sin(x+2t)$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = -\sin x$, $u_t\big|_{t=0} = e^x - 2\cos x$, $x \ge 0$; $u_x\big|_{x=0} = -\cos 2t$, $t \ge 0$.
3. Найти решение смешанной задачи: $u_{tt} = u_{xx} + 3\sin(x+2t)$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x - \sin x$, $u_t\big|_{t=0} = e^x - 2\cos x$, $x \ge 0$; $(u_x - u)\big|_{x=0} = \sin 2t + \cos t - \cos 2t$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R[n] $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 4\Delta u$; $u\big|_{t=0} = \sin x \; e^y$, $u_t\big|_{t=0} = 2$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u + \left[x^2 - z^2 + x - 2y + 3z\right] \cdot e^t$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ $t > 0$; $u\big|_{t=0} = \sqrt[3]{x - 2y + 3z}$, $u_t\big|_{t=0} = x^2yz$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

- -

6. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к параболическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xx} - 2u_x = 0$, $(x,y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 0$, $(x,y) \in R^2$.
4. Выписать общее решение уравнения $4x \cdot u_{xy} - 3u_y = 0$, $(x,y) \in \mathrm{R}^2$.
5. Решить задачу Коши $2x^2u_{xx} - 8y^2u_{yy} + xu_x - 6yu_y = 0$, $x > 1$, $y > 1$; $u\big|_{x=y} = y^3 + y^{1/4}$, $u_x\big|_{x=y} = 2y^2$, $y > 1$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти решение смешанной задачи: $u_{tt} = u_{xx} + 3\sin(x+2t)$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = -\sin x$, $u_t\big|_{t=0} = e^x - 2\cos x$, $x \ge 0$; $u_x\big|_{x=0} = -\cos 2t$, $t \ge 0$.
3. Найти решение смешанной задачи: $u_{tt} = u_{xx} + 3\sin(2x+t)$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = \cos x + \sin 2x$, $u_t\big|_{t=0} = 1 + \cos 2x$, $x \ge 0$; $(u_x - u)\big|_{x=0} = -1 - 2\sin t + 2\cos t$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R[n] $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $9u_{tt} = \Delta u$; $u\big|_{t=0} = x + y$, $u_t\big|_{t=0} = \sin z$.
3. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \frac{1}{3}\Delta u + 5\cos(x+y+5z) \cdot \sin 2t$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$ $t > 0$; $u\big|_{t=0} = e^{(x+y+z)^3}$, $u_t\big|_{t=0} = 8\cos(x+y+5z) + xyz^3$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

7. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к гиперболическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x,y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$, $(x,y) \in R^2$.
4. Решить задачу: $u_{xy} = 0$, $(x,y) \in \mathsf{R}^2$, $u(x,0) = x^2 + 1$, $u(0,y) = \sin y + 1$.
5. Решить задачу Коши $9x^2 u_{xx} - y^2 u_{yy} + 15xu_x + yu_y = 0$, $x > 1$, $y > 1$; $u\big|_{x=y} = y^2 + y^{2/3}$, $u_x\big|_{x=y} = -\frac{1}{3} y^{-1/3}$, $y > 1$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Найти решение смешанной задачи: $u_{tt} = u_{xx} + 3\sin(x + 2t)$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = -\sin x$, $u_t\big|_{t=0} = e^x - 2\cos x$, $x \ge 0$; $u_x\big|_{x=0} = -\cos 2t$, $t \ge 0$.
3. Найти решение смешанной задачи: $u_{tt} = 4u_{xx} + 3\cos(x + t)$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = 1 + \cos x$, $u_t\big|_{t=0} = \sin x$, $x \ge 0$; $(u_x - u)\big|_{x=0} = 2t - 1 - \sin t - \cos t$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = 4u_{xx}$; $u\big|_{t=0} = 1 + x^2$, $u_t\big|_{t=0} = 3x^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = \frac{1}{5}\Delta u + 2t^2 \cos(x + 2y)$, $(t > 0, (x,y,z) \in \mathbb{R}^3)$; $u\big|_{t=0} = yz^3$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$; $u_t\big|_{t=0} = \frac{1}{1 + (x - 2z)^2}$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

✂ -

8. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. Выписать уравнение характеристик в n-мерном случае.
2. Определить тип уравнения $u_{xx} - 2u_x = 0$, $(x,y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} = 0$, $(x,y) \in R^2$.
4. Поставить задачу Коши для однородного волнового уравнения на прямой. Выписать формулу Даламбера для ее решения (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
5. Решить задачу Коши $x^2 u_{xx} - 9y^2 u_{yy} + 3xu_x - 3yu_y = 0$, $x > 1$, $y > 1$; $u\big|_{x=y} = y^{2/3}$, $u_x\big|_{x=y} = y^{-3} + y^{-1/3}$, $y > 1$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти решение смешанной задачи: $4u_{tt} = u_{xx} - 3\sin(x + t)$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = \sin x + \cos 2x$, $u_t\big|_{t=0} = 2 + \cos x$, $x \ge 0$; $u_x\big|_{x=0} = \cos t$, $t \ge 0$.
3. Найти решение смешанной задачи: $4u_{tt} = u_{xx} - 3\sin(x + t)$, $x > 0$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = \sin x + \sin 2x$, $u_t\big|_{t=0} = 2 + \cos x$, $x \ge 0$; $(u_x - 2u)\big|_{x=0} = 2 - 4t - 2\sin t + \cos t$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 9\Delta u$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = (2x + y)^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = 4\Delta u$, $(t > 0, (x,y,z) \in \mathbb{R}^3)$; $u\big|_{t=0} = e^x yz$, $((x,y,z) \in \mathsf{R}^3)$; $u_t\big|_{t=0} = xy^3 + sh(x^2 + y^2 + z^2)$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.

9. УМФ 3курс 6 семестр 1 задание

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Поставить задачу Коши для однородного волнового уравнения на прямой. Выписать формулу Даламбера для ее решения (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
5. Решить задачу Коши и указать наибольшую область, в которой решение определено однозначно: $2x^2u_{xx} - 3xyu_{xy} + y^2u_{yy} + 2xu_x + yu_y = 0$, $u|_{y=1} = x^3 - x$, $u_y|_{y=1} = 3x^3 - 2x$, $1 < x < 2$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $9u_{tt} = u_{xx} + t\sin\frac{x}{3} + x\sin\frac{t}{3}$, $(t > 0,\ x > 0)$; $u|_{t=0} = 3 + \frac{3}{2}x^2$, $(x \ge 0)$; $u_t|_{t=0} = -\frac{1}{3} - \frac{2}{3}\cos 2x$, $(x \ge 0)$; $u_x|_{x=0} = 3t - \sin\frac{t}{3}$, $(t \ge 0)$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $9u_{tt} = u_{xx} + t\sin\frac{x}{3} + x\sin\frac{t}{3}$, $(t > 0,\ x > 0)$; $u|_{t=0} = 3 + 3x + \frac{3}{2}x^2 + \sin 2x$, $(x \ge 0)$; $u_t|_{t=0} = -\frac{1}{3} - \frac{4}{3}x + 9\sin\frac{x}{3} - \frac{2}{3}\cos 2x$, $(x \ge 0)$; $(u - u_x)|_{x=0} = -2 - 3t + \sin\frac{t}{3}$, $(t \ge 0)$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \frac{1}{4}\Delta u$; $u|_{t=0} = x^2 + y^2 + z^2$, $u_t|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = 3\Delta u + 18e^{3t}\cos(x - y + z)$, $t > 0$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $\Delta u = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}$, $u|_{t=0} = xy^2z$, $u_t|_{t=0} = 3\cos(x - y + z)$.

\- -

10. УМФ 3курс 6 семестр 1 задание

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к параболическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xx} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики для уравнения $u_{xx} - 3x^2u_{xy} + 2x^4u_{yy} - 2x \cdot u_x = 0$.
4. Найти решение задачи по формуле Даламбера $9u_{tt} = u_{xx}$, $u|_{t=0} = e^{3x}$, $u_t|_{t=0} = 2$.
5. Решить задачу Коши и указать наибольшую область, в которой решение определено однозначно: $xu_{xx} + x^3u_{xy} - 2x^5u_{yy} - 2u_x = 0$, $u|_{x=1} = 3y^2 + y + 1$, $u_x|_{x=1} = 6y + 4$, $-1 < y < 1$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $4u_{tt} = u_{xx} + 20tx^3 + 20xt^3$, $(t > 0,\ x > 0)$; $u|_{t=0} = -1 + 3x^2 + \cos 2x$, $(x \ge 0)$; $u_t|_{t=0} = -x^5$, $(x \ge 0)$; $u_x|_{x=0} = \frac{t^5}{4}$, $(t \ge 0)$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $4u_{tt} = u_{xx} + 20tx^3 + 20xt^3$, $(t > 0,\ x > 0)$; $u|_{t=0} = -1 + 3x^2 + \cos 2x$, $(x \ge 0)$; $u_t|_{t=0} = -x - x^5 + \sin 2x$, $(x \ge 0)$; $u_x|_{x=0} = t + \frac{1}{4}t^5 - \frac{2}{t+2} + e^{-t/2}$, $(t \ge 0)$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = 16u_{xx}$; $u|_{t=0} = \cos^2 x$, $u_t|_{t=0} = \cos^2 x$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u + 9t\sin(2x - 2y + z)$, $t > 0$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $u|_{t=0} = 2\sin(2x - 2y + z)$, $u_t|_{t=0} = x^3yz$.

11. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное ур-е второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к гиперболическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x,y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} + 4u_{yy} = 0$, $(x,y) \in R^2$.
4. Выписать общее решение уравнения $4x \cdot u_{xy} - 3u_y = 0$, $(x,y) \in \mathrm{R}^2$.
5. Решить задачу Коши и указать наибольшую область, в которой решение определено однозначно: $y^4 u_{yy} + y^2 u_{xy} - 2u_{xx} + 2y^3 u_y = 0$, $u\big|_{y=1} = x^2 + 5$, $u_y\big|_{y=1} = 2x - 6$, $1 < x < 2$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $u_{tt} = 9u_{xx} + 9t\cos 3x - 9x\cos 3t$, $(t > 0,\ x > 0)$; $u\big|_{t=0} = 5x$, $(x \ge 0)$;

   $u_t\big|_{t=0} = 6\sin 2x + \frac{1}{9}\cos 3x$, $(x \ge 0)$; $u\big|_{x=0} = \frac{t}{9}$, $(t \ge 0)$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $u_{tt} = 9u_{xx} + 9t\cos 3x - 9x\cos 3t$, $(t > 0,\ x > 0)$;

   $u\big|_{t=0} = 3 + 5x + 4x^2 + \sin 2x + \cos 2x$, $(x \ge 0)$; $u_t\big|_{t=0} = -6 - 24x + 6\sin 2x - 6\cos 2x + \frac{1}{9}\cos 3x$, $(x \ge 0)$;

   $(u - u_x)\big|_{x=0} = -2 + \frac{1}{9}t - \cos 3t$, $(t \ge 0)$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \frac{1}{4}\Delta u$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = (2x - 3y)^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = 3\Delta u$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = zx^3 + \cos(x - y)$, $u_t\big|_{t=0} = \sqrt{x + y + z}$.

✂ -

12. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. Выписать уравнение характеристик в n-мерном случае.
2. Определить тип уравнения $u_{xx} - 2u_x = 0$, $(x,y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 0$, $(x,y) \in R^2$.
4. Решить задачу: $u_{xy} = 0$, $(x,y) \in \mathrm{R}^2$, $u(x,0) = x^2 + 1$, $u(0,y) = \sin y + 1$.
5. Решить задачу $yu_{xx} + (x + y)u_{xy} + x \cdot u_{yy} + u_x + u_y = 0$, $y > |x|$, $u\big|_{x=1} = 1$, $u_x\big|_{x=1} = 1 - \frac{1}{y}$, $y > 1$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $u_{tt} = 4u_{xx} - 12tx^2 + 12xt^2$, $(t > 0,\ x > 0)$; $u\big|_{t=0} = -1 + \cos x$, $(x \ge 0)$; $u_t\big|_{t=0} = \frac{1}{4}x^4$,

   $(x \ge 0)$; $u_x\big|_{x=0} = t^4$, $(t \ge 0)$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $u_{tt} = 4u_{xx} - 12tx^2 + 12xt^2$, $(t > 0,\ x > 0)$;

   $u\big|_{t=0} = -1 + x^2 + \ln(1 + x) + e^{-x}$, $(x \ge 0)$; $u_t\big|_{t=0} = 4x + \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{1 + x} + 2e^{-x}$, $(x \ge 0)$;

   $u_x\big|_{x=0} = -4t + t^4 + 2\sin 4t$, $(t \ge 0)$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u$; $u\big|_{t=0} = \sin(x^2 + y^2 + z^2)$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = 9\Delta u + 27t\, sh z$, $(x,y,z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = e^{-(x-y)^2} + sh z$, $u_t\big|_{t=0} = xy^2 z$.

13. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Решить задачу: $u_{xy} = 0$, $(x, y) \in \mathsf{R}^2$, $u(x,0) = x^2 + 1$, $u(0, y) = \sin y + 1$.
5. Решить задачу $xu_{xx} + 2(x+1)u_{xy} + (x+2)\cdot u_{yy} + u_x + u_y = 0$, $x > 0$, $y < 0$, $u\big|_{y=0} = -x$, $u_y\big|_{y=0} = 1 - \frac{2}{x}$, $x > 0$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $u_{tt} = u_{xx} - 2e^x \cos t$, $t > 0$, $x > 0$, $u\big|_{t=0} = \sin x + e^x$, $u_t\big|_{t=0} = 2x$, $x \ge 0$, $u\big|_{x=0} = \cos t$, $t \ge 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $u_{tt} = u_{xx} - 2e^x \cos t$, $t > 0$, $x > 0$; $u\big|_{t=0} = 3e^x - x^2$, $u_t\big|_{t=0} = 2x$, $x \ge 0$; $(u + u_x)\big|_{x=0} = 2e^t + 4\cos t$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = 9u_{xx}$; $u\big|_{t=0} = x + e^{-x}$, $u_t\big|_{t=0} = e^{-x}$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = 0$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = xyz^2$, $u_t\big|_{t=0} = (x + 2y + 2z)e^{-(x+2y+2z)^2}$.

---

14. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к параболическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xx} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Поставить задачу Коши для однородного волнового уравнения на прямой. Выписать формулу Даламбера для ее решения (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
5. Решить задачу $u_{xx} - 2(x+1)u_{xy} + 4x \cdot u_{yy} + \dfrac{2u_y - u_x}{x-1} = 0$, $x > 1$, $y > 0$; $u\big|_{y=1} = -1$, $u_y\big|_{y=1} = \dfrac{1}{x} - 1$, $x > 1$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $u_{tt} = 4u_{xx} - 12\cos(x + 4t)$, $t > 0$, $x > 0$, $u\big|_{t=0} = x^2 + \cos x$, $u_t\big|_{t=0} = 2\cos x - 4\sin x$, $x \ge 0$, $u_x\big|_{x=0} = \sin 4t$, $t \ge 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $u_{tt} = 4u_{xx} - 12\cos(x + 4t)$, $t > 0$, $x > 0$; $u\big|_{t=0} = x + \cos x + \sin x$, $u_t\big|_{t=0} = 2\cos x - 2 - 4\sin x$, $x \ge 0$; $(u - u_x)\big|_{x=0} = \cos 4t + \sin 4t - 2\cos 2t$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 4\Delta u$; $u\big|_{t=0} = 4x^2 + 5y^2$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = 0$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x(y^2 + z^2)$, $u_t\big|_{t=0} = (2x - y + 2z)\sin(2x - y + 2z)^2$.

15. УМФ   3курс 6 семестр   **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к гиперболическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Найти решение задачи по формуле Даламбера $9u_{tt} = u_{xx}$, $u\big|_{t=0} = e^{3x}$, $u_t\big|_{t=0} = 2$.
5. Решить задачу $xu_{xx} - (2x+1)u_{xy} + (x+1)\cdot u_{yy} + u_x - u_y = 0$, $x > 0$, $y > 1$; $u\big|_{y=1} = x+1$, $u_y\big|_{y=1} = 1 - \dfrac{1}{x}$, $x > 0$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $u_{tt} = 9u_{xx} + 18e^{-3t}\sin x$, $t > 0$, $x > 0$, $u\big|_{t=0} = 2\sin x$, $u_t\big|_{t=0} = x - 3\sin x$, $x \ge 0$, $u\big|_{x=0} = 0$, $t \ge 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $u_{tt} = 9u_{xx} + 18e^{-3t}\sin x$, $t > 0$, $x > 0$; $u\big|_{t=0} = 2x^2 + 2\sin x + \cos x$, $u_t\big|_{t=0} = -3\cos x$, $x \ge 0$; $(2u + u_x)\big|_{x=0} = 4e^{-3t} + 18t^2 + 6t$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 2\Delta u$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = (x - 2y + z)^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = (x^2 + y^2)\sin t$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = (x^2 + y^2 + z^2)^{5/2} - y^2$.

✂ -

16. УМФ   3курс 6 семестр   **1 задание**

1. Метод характеристик

1. Выписать уравнение характеристик в *n*-мерном случае.
2. Определить тип уравнения $u_{xx} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики для уравнения $u_{xx} - 3x^2 u_{xy} + 2x^4 u_{yy} - 2x \cdot u_x = 0$.
4. Выписать общее решение уравнения $4x \cdot u_{xy} - 3u_y = 0$, $(x, y) \in \mathsf{R}^2$.
5. Решить задачу $8xu_{xx} - 6\sqrt{x}u_{xy} + u_{yy} + 4u_x = 0$, $x > 0$, $y > 0$; $u\big|_{y=0} = \dfrac{x}{2}$, $u_y\big|_{y=0} = 0$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $u_{tt} = 16u_{xx} - 16te^x$, $t > 0$, $x > 0$, $u\big|_{t=0} = x^2 - 2$, $u_t\big|_{t=0} = e^x - 4$, $x \ge 0$, $u_x\big|_{x=0} = t$, $t \ge 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $u_{tt} = 16u_{xx} - 16te^x$, $t > 0$, $x > 0$; $u\big|_{t=0} = 2e^x + x - 2$, $u_t\big|_{t=0} = e^x - 4$, $x \ge 0$; $(u - 2u_x)\big|_{x=0} = -\cos 4t + 2\sin 4t - e^{4t} - 9t - 4$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить классическую задачу Коши: $5u_{tt} = u_{xx}$; $u\big|_{t=0} = x\sin x$, $u_t\big|_{t=0} = x\cos x^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = \cos t \cdot (3\sin 2y - z)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = (x^2 + y^2 + z^2)^{5/2} + \sin 2y$, $u_t\big|_{t=0} = 1$.

17. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} + 4u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Выписать общее решение уравнения $4x \cdot u_{xy} - 3u_y = 0$, $(x, y) \in \mathsf{R}^2$.
5. Решить задачу $u_{xx} + \cos x \cdot u_{xy} + (\cos x - 1)u_{yy} - \dfrac{\sin x}{2 - \cos x}(u_x + u_y) = 0$, $(x, y) \in \mathsf{R}^2$, $y \in \mathsf{R}^1$; $u\big|_{x=0} = 3y$, $u_x\big|_{x=0} = -2$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $16u_{tt} = u_{xx} + 24e^{2x-t}$, $t > 0$, $x > 0$, $u\big|_{t=0} = 2e^{2x} + 16x^2$, $u_t\big|_{t=0} = 1 - 2e^{2x}$, $x \ge 0$, $u_x\big|_{x=0} = 4e^{-t}$, $t \ge 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $16u_{tt} = u_{xx} + 24e^{2x-t}$, $t > 0$, $x > 0$; $u\big|_{t=0} = 4x$, $u_t\big|_{t=0} = 2e^{2x} - 1$, $x \ge 0$; $u_x\big|_{x=0} = 4e^{-t} + 8t$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 25\Delta u$; $u\big|_{t=0} = 5x^2 - 6y^2$, $u_t\big|_{t=0} = y$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u - 18(t+1)t\,\mathrm{ch}(x - 2y + z)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x^2 - 3y^2 - 4z^2$, $u_t\big|_{t=0} = (x + y + z)\cos x$.

---

18. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к параболическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xx} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Найти решение задачи по формуле Даламбера $9u_{tt} = u_{xx}$, $u\big|_{t=0} = e^{3x}$, $u_t\big|_{t=0} = 2$.
5. Решить задачу $6x^2u_{xx} + 7xu_{xy} - 3u_{yy} + 6xu_x = 0$, $x > 1$; $u\big|_{x=1} = 8y$, $u_x\big|_{x=1} = -1$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $u_{tt} = 9u_{xx} + 90\cos(2x + 9t)$, $t > 0$, $x > 0$, $u\big|_{t=0} = 8\cos 3x - 5\cos 2x$, $u_t\big|_{t=0} = 0$, $x \ge 0$, $u_x\big|_{x=0} = 4\sin 9t$, $t \ge 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $u_{tt} = 9u_{xx} + 90\cos(2x + 9t)$, $t > 0$, $x > 0$; $u\big|_{t=0} = 8\cos 3x - 5\cos 2x$, $u_t\big|_{t=0} = 0$, $x \ge 0$; $u_x\big|_{x=0} = 18t - 2\sin 9t$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 16\Delta u$; $u\big|_{t=0} = x^2 + y^2 - z^2$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = \mathrm{sh}(6x - 2y - 3z + 7t)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = xy^2 + yz^2 + zx^2$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.

19. УМФ   3курс 6 семестр   **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к гиперболическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} - 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Решить задачу: $u_{xy} = 0$, $(x, y) \in \mathrm{R}^2$, $u(x,0) = x^2 + 1$, $u(0, y) = \sin y + 1$.
5. Решить задачу $2x^2 u_{xx} + xy \cdot u_{xy} - y^2 u_{yy} + 2x \cdot u_x - y \cdot u_y = 9y^3$, $x>0$, $y>0$; $u\big|_{y=1} = \ln\frac{1}{x^3}$, $u_y\big|_{y=1} = \frac{3}{x}$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Постановка смешанной задачи для колебаний полубесконечной струны с закрепленным концом.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $9u_{tt} = u_{xx} + 54e^{3x-2t}$, $t > 0$, $x > 0$, $u\big|_{t=0} = e^{9x^2} + 2e^{3x}$, $u_t\big|_{t=0} = 3 - 4e^{3x}$, $x \ge 0$, $u_x\big|_{x=0} = 6e^{-2t}$, $t \ge 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $9u_{tt} = u_{xx} + 54e^{3x-2t}$, $t > 0$, $x > 0$; $u\big|_{t=0} = 6x$, $u_t\big|_{t=0} = -2$, $x \ge 0$; $u_x\big|_{x=0} = 6e^{-2t} + 12t$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u$; $u\big|_{t=0} = x^2 + y^2 + z^2$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = \cos(x - 2y - 2z + 3t)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = x(x^2 + y^2 + z^2)$, $u_t\big|_{t=0} = 0$.

---

20. УМФ   3курс 6 семестр   **1 задание**

1. Метод характеристик

1. Выписать уравнение характеристик в *n*-мерном случае.
2. Определить тип уравнения $u_{xx} - 2u_x = 0$, $(x, y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $2u_{xx} + u_{xy} - u_{yy} = 0$, $(x, y) \in R^2$.
4. Поставить задачу Коши для однородного волнового уравнения на прямой. Выписать формулу Даламбера для ее решения (указать условия на гладкость всех входящих в нее функций).
5. Решить задачу $2xu_{xx} + 3x^2 u_{xy} - 2x^3 u_{yy} - 2u_x = 0$, $y > 0$; $u\big|_{y=0} = 0$, $u_y\big|_{y=0} = 10x^2$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Условия согласования начальных и граничных данных.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $u_{tt} = 0.25u_{xx} + t\sin 2x$, $t > 0$, $x > 0$, $u\big|_{t=0} = 14x - \sin 2x$, $u_t\big|_{t=0} = \sin 2x$, $x \ge 0$, $u\big|_{x=0} = 0$, $t \ge 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $u_{tt} = 0.25u_{xx} + t\sin 2x$, $t > 0$, $x > 0$; $u\big|_{t=0} = 14x - \cos 2x$, $u_t\big|_{t=0} = 3$, $x \ge 0$; $(4u - u_x)\big|_{x=0} = 2t - 18$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона решения задачи Коши для волнового уравнения в R^2.
2. Решить задачу Коши: $u_{tt} = 9\Delta u$; $u\big|_{t=0} = 0$, $u_t\big|_{t=0} = (3x + 4y + 2z)^2$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} - \Delta u = -81(t+1)^2 \operatorname{sh}(2x - 2y + z)$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, $t > 0$; $u\big|_{t=0} = (2x + y - z)\cos y$, $u_t\big|_{t=0} = x^2 - y^2 + z^2$.

21. УМФ 3курс 6 семестр **1 задание**

1. Метод характеристик

1. В каком случае квазилинейное уравнение второго порядка относится в данной точке $x_0 \in R^n$ к эллиптическому типу?
2. Определить тип уравнения $u_{xy} - 2u_x = 0$, $(x,y) \in R^2$.
3. Найти характеристики уравнения $u_{xx} + 5u_{xy} + 6u_{yy} = 0$, $(x,y) \in R^2$.
4. Решить задачу: $u_{xy} = 0$, $(x,y) \in \mathsf{R}^2$, $u(x,0) = x^2 + 1$, $u(0,y) = \sin y + 1$
5. Решить задачу $u_{xx} - 3x^2 u_{xy} + 2x^4 u_{yy} - \frac{2}{x} u_x = 0$, $x > 1$; $u|_{x=1} = 7y + 2$, $u_x|_{x=1} = 6$.

2. Смешанная задача для полубесконечной струны

1. Метод отражений.
2. Найти классическое решение смешанной задачи: $u_{tt} = 9u_{xx}$, $t > 0$, $x > 0$, $u|_{t=0} = \sin x$, $u_t|_{t=0} = -3\cos x$, $x \ge 0$, $u_x|_{x=0} = 0$, $t \ge 0$
3. Найти классическое решение смешанной задачи $u_{tt} = 9u_{xx}$, $t > 0$, $x > 0$; $u|_{t=0} = \sin x$, $u_t|_{t=0} = -3\cos x$, $x \ge 0$; $u_x|_{x=0} = (t+1)e^{t/2}$, $t \ge 0$.

3. Задача Коши в R^n $(n = 2,3)$ для волнового уравнения

1. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши для волнового уравнения в R^3.
2. Решить задачу Коши: $4u_{tt} = \Delta u$; $u|_{t=0} = 2x^2 + y^2 - 2z^2$, $u_t|_{t=0} = 0$.
3. Решить классическую задачу Коши: $u_{tt} = \Delta u$, $(x,y,z) \in \mathsf{R}^3$, $t > 0$; $u|_{t=0} = x(y^2 + z^2)$, $u_t|_{t=0} = (2x - y + 2z)\sin(2x - y + 2z)$.