ОДУ 1-го порядка

	Уравнение вида	*называется*	
1	$\dfrac{dy}{g(y)} = f(x)dx$	уравнение с разделенными переменными	$\int_{y_0}^{y} \dfrac{d\eta}{g(\eta)} = \int_{x_0}^{x} f(\xi)d\xi + C$
2	$y' = f(x)g(y)$	с разделяющимися переменными в нормальном виде (Коши)	а) $g(y*) = 0, y* = const -$ решение б) $\frac{dy}{g(y)} = f(x)dx -$ уравнение с разделенными переменными
3	$y' = f(ax + by + c)$	в нормальном виде (Коши)	приводятся к уравнениям с разделяющимися переменными заменой $z = z(x) = ax + by(x) + c.$
4	$\dfrac{dy}{dx} = f\left(\dfrac{y}{x}\right)$	однородные ОДУ	Приводится к ОДУ с разделяющимися переменными заменой $z = z(x) = \frac{y}{x}$
5	$y' = f\left(\dfrac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$		а) однородное при $c_1 = c_2 = 0$ б) при $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} \neq 0$ замена $\begin{cases} \tilde{x} = x - \alpha, \\ \tilde{y} = y - \beta, \end{cases}$ где $\begin{cases} a_1\alpha + b_1\beta + c_1 = 0, \\ a_2\alpha + b_2\beta + c_2 = 0 \end{cases}$, сводит его к случаю а) в) при $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = 0$ заменой $z(x) = a_2x + b_2y$ приводится к ОДУ с разделяющимися переменными (см. 3)
6	ОДУ 1-го порядка называют обобщенно однородным, если оно не меняется при замене $\begin{cases} \tilde{x} = tx, \\ \tilde{y} = t^p y, \end{cases}$ где p - рациональное.	обобщенно-однородные ОДУ	Заменой $y(x) = W(x)x^p$ сводится к однородному
7	$M_1(x)N_1(y)dx + M_2(x)N_2(y)dy = 0$	ОДУ с разделяющимися переменными в дифференциалах (в симметричной форме)	сводим к уравнению с разделенными переменными и интегрируем
8	$Pdx + Qdy \equiv dU = U_xdx + U_ydy$	ОДУ в полных дифференциалах	$U(x,y) = \int_{x_0}^{x} P(\xi, y)d\xi + \int_{y_0}^{y} Q(x_0, \eta)d\eta + C$
9	$Pdx + Qdy = 0$ $P_y \neq Q_x$	ОДУ в дифференциалах (в симметричной форме)	Вводим интегрирующий множитель $\mu(x,y)$ так, чтобы $(\mu P)_y = (\mu Q)_x$ и $dU = \mu Pdx + \mu Qdy$

10	$y' + a(x)y = b(x)$	Линейное ОДУ 1-го порядка	а) сначала решаем однородное ОДУ $y' + a(x)y = 0$ – ОДУ с разделяющимися переменными: $$y_{\text{од}}(x) = \breve{C}e^{-\int_{x_0}^{x} a(\xi)d\xi}$$ б) затем методом вариации постоянного, полагая $\breve{C} = \breve{C}(x)$, неоднородное $$y(x) = e^{-\int_{x_0}^{x} a(\xi)d\xi} \int_{x_0}^{x} b(\eta)e^{\int_{x_0}^{\eta} a(\xi)d\xi} d\eta + Ce^{-\int_{x_0}^{x} a(\xi)d\xi}$$
11	$y' + a(x)y = q(x)y^n, n \neq 0,1$	уравнение Бернулли	а) Если $n > 0$, то $y = 0$ – решение б) При $y \neq 0$, то замена $$z(x) = y^{1-n}$$ сводит его к ЛОДУ
12	$y' = p(x)y + q(x)y^2 + f(x)$	уравнение Риккати	Если удается угадать некоторое частное решение $y = y_p(x)$ уравнения Риккати, то заменой $$y(x) = y_p(x) + z(x)$$ оно сводится к уравнению Бернулли