

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА

Дисциплина Дифференциальные уравнения

Курс 2

Семестр 4

2018–2019 учебный год

Фамилия студента _____ № группы _____

Сумма баллов		Оценка	
Фамилия проверяющего		Фамилия экзаменатора	

1. ④ Найти все действительные решения уравнения

$$y^{(4)} + y'' = 6 \sin x - 2 \sin 3x.$$

2. ④ Найти все действительные решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -4x + \frac{5}{2}y + \frac{13}{2}z, \\ \dot{y} = -4x + 3y + 5z, \\ \dot{z} = -4x + 5y + 3z, \end{cases} \quad (\lambda_1 = -2, \lambda_{2,3} = 2).$$

3. ④ Найти все решения уравнения

$$x^2 y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = x^4 - x^3, \quad x > 0.$$

4. ④ Найти все положения равновесия системы, определить их характер и нарисовать фазовые траектории соответствующих линеаризованных систем

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x^2 + 7xy + 6y^2, \\ \dot{y} = \ln(2x + y - 2). \end{cases}$$

5. ④ Исследовать на экстремум функционал

$$J(y) = \int_1^2 \left[x^2 (y')^2 - \frac{9}{2} xy y' + \frac{15}{4} y^2 - 12x^3 y \right] dx, \quad y(1) = 0, \quad y(2) = -4.$$

6. ④ Найти все решения, исследовать особые решения и нарисовать интегральные кривые уравнения

$$2(y')^2 + 2xy' + 2y + x^2 = 0.$$

7. ③ В области $x > 2y > 0$ найти все решения уравнения

$$(2x - y) \frac{\partial u}{\partial x} + (2y - x) \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

и решить задачу Коши $u = \sin(8y^2)$ при $x = 3y$.

8. ④ Решить задачу Коши

$$2yy'' + 2y(y')^4 - (y')^2 = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

9. ② Доказать, что любое нетривиальное решение уравнения $2y'' + \sqrt{1 - 4x^2} y = 0$ имеет на $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ не более одного нуля.

МФТИ — 92

«Использование электронных средств любых типов и вспомогательных материалов запрещено»

С положением ознакомлен: _____ (Подпись студента)