Вариант 1

1. ④
$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 0, \\ x_3 + x_4 = 0, \\ 3x_2 + 4x_3 - x_5 = 0. \end{cases}$$

2. ③ При $\alpha > 1/20$ положительно определена, при $\alpha = 1/20$ положительно полуопределена, при $\alpha < 1/20$ не определена.

3. ④
$$\begin{pmatrix} 26/3 & 14 & -40/3 \\ 14 & 24 & -24 \\ -40/3 & -24 & 128/5 \end{pmatrix}$$

4. ④ $y' = \frac{2(x-1)(x-5)}{(x-3)^2}$, $y'' = \frac{16}{(x-3)^3}$, $y_{\min} = y(5) = 9$, $y_{\max} = y(1) = -7$.

5. ② $\frac{2}{3}\sqrt{x-1} \cdot e^{3\sqrt{x-1}} - \frac{2}{9}e^{3\sqrt{x-1}} + C$

6. ⑤ $2x - y - 3 = 0$ и $2x + 3y - 7 = 0$.

7. ③ Числитель $= 6x^2 + o(x^2)$, знаменатель $= -\frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$, итого -12.

8. ④ $dw = \frac{1}{4}(dx + dy)$, $d^2w = \frac{7}{32}dx^2 - \frac{1}{16}dx\,dy - \frac{1}{32}dy^2$,
$w(x,y) = 2 + \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}(y-3) + \frac{7}{64}x^2 - \frac{1}{32}x(y-3) - \frac{1}{64}(y-3)^2 + o\big(x^2 + (y-3)^2\big)$.

9. ③ Сходится поточечно. На E_1 равномерно: $|u_n(x)| \le \operatorname{arctg}\frac{1}{n^2} \sim \frac{1}{n^2}$; на E_2 неравномерно: $u_n(n) = \operatorname{arctg}(1/2)$.

10. ④ Сходится при $0 \le \alpha < 2$.

11. ④ $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} e^{-t} + C_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} e^{4t} + \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} e^{t}$.

12. ④ $y = (Ce^{-x} - e^{3x})^{-1}$, $y = 0$.

13. ④ Общее решение $y = C_1e^{-3x} + C_2e^{x} + e^{-2x}$, допустимая экстремаль $y = e^{-2x} - e^{x}$.

14. ③ $(1,5,4)$ — максимум, $(1,5,-6)$ — минимум.

15. ④ $f(x) = \dfrac{2}{\pi} + \displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{-4}{\pi(4n^2-1)} \cos nx$, сумма $S = 1/2$ получается при подстановке $x = 0$.

16. ③ Удобнее всего применить формулу Грина, а затем перейти к полярным координатам: $I = 2\pi/3$.

17. ④ 46π.

18. ④ $\frac{1}{2}\pi i\,(1 + 2\operatorname{sh} 2 - \operatorname{ch} 2)$.