

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

## 1. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование

1. Постановка задачи интерполяции.
2. Тригонометрическая запись полинома Чебышева  $n$ -ой степени.
3. Устойчивость интерполяционного полинома.
4. **Теор. задача.** Разности функции  $f(x)$  с постоянным шагом  $h$  в точке  $x$  определяются для  $k=0, 1, 2, \dots$  по следующим формулам

$$\Delta^0 f(x) = f(x),$$

$$\Delta^k f(x) = \Delta^{k-1} f(x+h) - \Delta^{k-1} f(x), k=1, 2, \dots$$

Показать, что

$$\Delta f(x) = f(x+h) - f(x),$$

$$\Delta^2 f(x) = f(x+2h) - 2f(x+h) + f(x),$$

.....

$$\Delta^k f(x) = \sum_{j=0}^k (-1)^{k-j} C_k^j f(x+jh)$$

5. **Практич. задача.** Дана таблица значений  $y(x)$

$x$	-3	-2	-1	0	1
$y$	16	7	4	1	-8

Построить интерполяционный многочлен степени не выше четвертой, записав его в форме Лагранжа, в форме Ньютона и в форме  $a_0x^4 + a_1x^3 + \dots + a_4$ .

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
3. Жесткие ОДУ

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

## 2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование

1. Сеточная проекция функции.
2. Старший член полинома Чебышева.
3. Теорема о погрешности интерполяционного полинома.
4. **Теор. задача.** С каким шагом надо составить таблицу значений функции  $y=f(x)$ , чтобы при использовании линейной интерполяции погрешность не превосходила  $10^{-3}$ : а)  $f(x)=\sin x$ , б)  $f(x)=\ln x, x \geq 1$ , в)  $f(x)=e^x, 0 \leq x \leq 1$
5. **Практич. задача.** Зависимость  $y$  от  $x$  задана таблицей

$x$	1	2	3	4	5	6	7
$y$	3	7	13	21	31	43	57

Выбрать подходящий интерполяционный многочлен и вычислить значения  $y$  при  $x=3.1$ .

Указание: составить таблицу разностей, из которой будет видно, что  $\Delta^3 y=0$ . Поэтому естественно пользоваться квадратичной интерполяцией по точкам  $x=2, 3, 4$ .

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
3. Жесткие ОДУ

✂

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

### 3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование

1. «Оператор ограничения на сетку».
2. Многочлены Чебышева.
3. Общий вид эрмитова кусочно-кубического полинома для сеточной функции.
4. **Теор. задача.** На основе записи интерполяционного многочлена Лагранжа в форме

$$L_n(x) = \sum_{i=0}^n \frac{\omega(x)}{(x-x_i)\omega'(x_i)} f(x_i), \text{ где } \omega(x) = \prod_{i=0}^n (x-x_i), \text{ получите оценку погрешности интерполирования}$$

$$\text{в виде } |f(x) - L_n(x)| \leq \frac{M_{n+1}}{(n+1)!} |\omega(x)| \text{ с постоянной } M_{n+1} = \sup_{x \in [a,b]} \left| \frac{d^{n+1} f(x)}{dx^{n+1}} \right|.$$

5. **Практич. задача.** При значениях переменной  $x=1, 3, 7, 12$  некоторая функция  $y$  принимает соответственно значения 5.6, 6.7, 8.1, 10.3. Определить значение  $y$  для  $x=6.5$ , пользуясь интерполяционной формулой Лагранжа.
7. Интегрирование
8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

---

### 4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование

1. Оператор интерполяции.
2. Многочлен Ньютона на равномерной сетке.
3. Корни многочлена Чебышева  $n$ -ой степени.
4. **Теор. задача.** Построить тригонометрический интерполяционный полином второй степени  $T_2(x) = a_0 + a_1 \cos x + b_1 \sin x + a_2 \cos 2x + b_2 \sin 2x$ , удовлетворяющий условиям  $T_2(0)=0, T_2(\pi/4)=1, T_2(\pi/2)=1, T_2(3\pi/4)=1, T_2(\pi)=1$ .
5. **Практич. задача.** Построить квадратичное приближение функции  $x = \sin t$  по трем узлам на промежутке от 0 до  $\pi/4$ :

$t$	0	$\pi/6$	$\pi/4$
$x$	0	1/2	$\frac{\sqrt{2}}{2}$

1. Интегрирование
  2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
  3. Жесткие ОДУ
-

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

### 5. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
  1. Интерполирующая функция.
  2. Оценка погрешности интерполяции с помощью разделенных разностей.
  3. Точки экстремумов многочлена Чебышева  $n$ -ой степени.
  4. **Теор. задача.** С какой точностью можно вычислить  $\sin 5^\circ$  по известным значениям  $\sin 0^\circ$ ,  $\sin 30^\circ$ ,  $\sin 45^\circ$ ,  $\sin 60^\circ$ , используя интерполяцию: а) линейную, б) квадратичную, в) кубическую?
  5. **Практич. задача.** По заданным значениям функции

$x$	1	2	2.5	3
$y$	-6	-1	15.625	16

найти значение  $x$ , для которого  $y=0$ .

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
3. Жесткие ОДУ

### 6. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
  1. Интерполянт.
  2. Достоинство записи интерполянта в форме Ньютона.
  3. Задача о минимизации остаточного члена интерполяции путем выбора узлов сетки.
  4. **Теор. задача.** Пусть  $x_i = a + \frac{b-a}{n-1}(i-1)$ ,  $i=1 \div n$ . Вычислить  $\|\omega_n(x)\|$  при  $n=2, 3, 4$ . Указание:  $\omega(x) = \prod_{i=1}^n (x - x_i)$ .
  5. **Практич. задача.** При исследовании некоторой химической реакции через каждые 5 минут определялось количество  $A$  вещества, оставшееся в системе. Результаты измерений приведены в таблице

$t$	7	12	17	22	27	32	37
$A$	83.7	72.9	63.2	54.7	47.5	41.4	36.3

, где время после начала измерения указано в минутах, а количество вещества в процентах. Определить какой процент вещества останется в системе по истечении 25 минут после начала реакции.

Указание: Составить таблицу разностей, из которой видно, что уже третьи разности теряют регулярный характер. Поэтому воспользоваться квадратичной интерполяцией.

$t$	$A$	$\Delta A$	$\Delta^2 A$	$\Delta^3 A$	$\Delta^4 A$
7	83.7				
12	72.9	-10.8			
17	63.2	-9.7	1.1		
22	54.7	-8.5	1.2	0.1	
27	47.5	-7.2	1.3	0.1	-0.3
32	41.4	-6.1	1.1	-0.2	0.1
37	36.3	-5.1	1.0	-0.1	

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
3. Жесткие ОДУ

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

7. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование

1. Схема интерполяции.
2. Интерполяционный полином в форме Ньютона.
3. Теорема о многочлене, наименее уклоняющемся от нуля.
4. **Теор. задача.** С какой точностью имеет смысл задавать значения таблицы  $f(x)=\sin x$  на отрезке  $[0,1]$ , если шаг таблицы  $h=0.1$  и предлагается использовать линейную интерполяцию?
5. **Практич. задача.** Используя таблицу значений  $y=\operatorname{sh}x$

$x$	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0
$y$	4.457	5.466	6.695	8.198	10.018

найти  $x$ , при котором  $\operatorname{sh}x=5$ .

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
3. Жесткие ОДУ

---

8. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование

1. Кусочно-линейная интерполяция.
2. Общая формула для разделенной разности  $k$ -го порядка.
3. Кратность узла.
4. **Теор. задача.** Функция  $e^x$  приближается на  $[0,1]$  интерполяционным многочленом степени 3 с чебышевским набором узлов интерполяции:  $x_k = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos \frac{(2k-1)\pi}{8}$ ,  $k=1 \div 4$ . Доказать, что погрешность интерполяции в равномерной норме не превосходит величины  $e10^{-3}$ .
5. **Практич. задача.** Многочлен третьей степени задан таблицей

$x$	2	5	11	17
$y$	10	130	1342	4930

Вычислить значение этого многочлена при  $x=9$ .

Указание: Записать многочлен в форме Лагранжа.

1. Интегрирование
  2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
  3. Жесткие ОДУ
-

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

## 9. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование

1. Теорема о потере информации при кусочно-линейной интерполяции.
2. Конечные разности  $k$ -го порядка на равномерной сетке. Примеры для  $k=0, 1, 2, 3, 4$ .
3. Пример полинома с кратными узлами.
4. **Теор. задача.** Доказать следующие свойства многочленов Чебышева:

i.  $T_{2n}(x) = 2T_n^2(x) - 1$

ii. 
$$I_{mn} = \int_{-1}^1 \frac{T_n(x)T_m(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx = \begin{cases} 0 & n \neq m \\ \pi & n = m \neq 0 \\ 2 & n = m = 0 \\ \pi & n = m = 0 \end{cases}$$

iii. 
$$\int_{-1}^x T_n(y) dy = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n+1} T_{n+1}(x) - \frac{1}{n-1} T_{n-1}(x) \right) - \frac{(-1)^n}{n^2 - 1}, n \geq 2$$

iv.  $(1-x^2)T_n''(x) - xT_n'(x) + n^2T_n(x) = 0, n \geq 0.$

5. **Практич. задача.** Построить многочлен Лагранжа  $L_4(x)$ , удовлетворяющий условиям  $L_4(x_k) = y_k: x_k = k-5, y_k = 3k^3 + 2k^2 + k + 1, k=1, 2, 3, 4.$

## 7. Интегрирование

## 8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

## 9. Жесткие ОДУ

## 10. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование

1. Метод конечных элементов.
2. О симметричности разделенной разности.
3. Кубический интерполяционный многочлен Эрмита.
4. **Теор. задача.** Построить интерполяционный тригонометрический полином минимальной степени по заданным значениям  $f(-\pi)=0, f(-\pi/2)=0, f(\pi/2)=1.$
5. **Практич. задача.** Пусть за узлы интерполяции приняты нули многочлена Чебышева  $T_{n+1}(x)$ , т.е. точки

$$x_k = \cos \frac{\pi + 2k\pi}{2n+2}, k=0, 1, 2, \dots, n. \text{ По заданной таблице значений функции } y_k = y(x_k) (k=0, 1, 2, \dots, n)$$

записать интерполяционный многочлен  $P_n(x)$  в форме  $P_n(x) = \sum_{k=0}^n C_k T_k(x)$ , т.е. выписать формулы для

вычисления  $C_k$ . Осуществить вычисления и привести многочлен  $P_n(x)$  к виду  $P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$  в случае  $n=2$  для функции

$x$	$x_1$	$x_2$	$x_3$
$y$	2	1	3

Указание: Многочлены Чебышева определены так:  $T_0(x)=1, T_1(x)=x, T_{i+1}(x)=2xT_i(x) - T_{i-1}(x), i=1, 2, \dots$ . Многочлены  $T_k(x), k=0, 1, 2, \dots, n$  образуют ортонормированный базис в пространстве сеточных функций, определенных в точках  $x_0, x_1, \dots, x_n$  — нулях многочлена Чебышева.

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

### 3. Жесткие ОДУ

✂

---

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

## 11. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
  1. Кусочно-полиномиальная интерполяция.
  2. Разделенные разности  $k$ -го порядка. Примеры для  $k=0, 1, 2$ .
  3. Определение сплайна.
  4. **Теор. задача.** Доказать, что если узлы интерполяции расположены симметрично относительно некоторой точки  $c$ , а значения интерполируемой функции в симметричных узлах равные, то интерполяционный многочлен Лагранжа функция четная.
  5. **Практич. задача.** Полагая, что  $f(x)$  есть многочлен четвертой степени от  $x$ , найти значение  $f(13)$  по данным значениям

$x$	3	8	11	17	21
$f(x)$	83	4098	14643	83523	194483

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
3. Жесткие ОДУ

✂

## 12. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
  1. Эрмитов кубический интерполянт.
  2. Интервал допустимости экстраполяции.
  3. Наклон сплайна в узле  $t_k$ .
  4. **Теор. задача.** Разделенной разностью порядка  $n$  с шагом  $h$  функции  $f(x)$  называется величина  $\frac{1}{h^n} \Delta^n f(x)$ .  
Показать, что для многочлена  $P_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$  разделенная разность порядка  $n$  совпадает с производной порядка  $n$ :  $\frac{1}{h^n} \Delta^n P_n(x) \equiv \frac{d^n P_n(x)}{dx^n} = a_0 n!$ .
  5. **Практич. задача.** В таблице приведены значения интеграла вероятностей  $I = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$ . Определить

значение  $x$ , при котором  $I = \frac{1}{2}$ .

$x$	0.45	0.46	0.47	0.48	0.49	0.50
$I$	0.4754818	0.4846555	0.4937452	0.5027498	0.5116683	0.5204999

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
3. Жесткие ОДУ

✂

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

### 13. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование

1. Кубический сплайн.
2. Поведение оценки точности в задаче экстраполяции.
3. Основа кусочно-кубического сплайна.
4. **Теор. задача.** При интерполировании функций с равноотстоящими узлами  $x_i = x_0 + ih$ ,  $h > 0$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$  определим конечную разность первого порядка как величину  $\Delta f(x_i) = f(x_{i+1}) - f(x_i)$ . Конечная разность  $(k+1)$ -го порядка определяется через разность  $k$ -го порядка рекуррентно:  $\Delta^{k+1} f(x_i) = \Delta^k f(x_{i+1}) - \Delta^k f(x_i)$ . Покажите

справедливость равенств 
$$f(x_n) = f(x_0) + \frac{n}{1!} \Delta f(x_0) + \frac{n(n-1)}{2!} \Delta^2 f(x_0) + \dots + \Delta^n f(x_0),$$

$$f(x_0, x_1, \dots, x_n) = \frac{\Delta^n f(x_0)}{h^n n!}.$$
 Указание:  $f(x_i, x_{i+1}) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$ . Разделенная разность  $k$ -го

порядка определяется по рекуррентной формуле

$$f(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}) = \frac{f(x_{i+1}, \dots, x_{i+k}) - f(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k-1})}{x_{i+k} - x_i}.$$

5. **Практич. задача.** Используя значения функции  $y = \ln x$ , указанные в таблице, найти значение  $x$ , логарифм которого равен 1.35

$x$	20	25	30
$y$	1.3010	1.3979	1.4771

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
3. Жесткие ОДУ

---

### 14. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование

1. Интерполяция обобщенными полиномами.
2. Точность интерполяции на равномерной сетке.
3. О необходимости «краевых» условий для построения сплайна.
4. **Теор. задача.** Пусть  $f(x)$  есть многочлен степени  $n$ . Показать, что тогда разность  $\Delta^k f(x)$  порядка  $k \leq n$  есть многочлен степени  $n-k$ . В частности при  $n=k$   $\Delta^n f(x) = \text{const}$ . Указание:  $\Delta^0 f(x) = f(x)$ ,  $\Delta^k f(x) = \Delta^{k-1} f(x+h) - \Delta^{k-1} f(x)$ ,  $k=1, 2, \dots$ .
5. **Практич. задача.** Вычислить положительный корень уравнения  $z^7 + 28z^4 - 480 = 0$  посредством обратного интерполирования.  
Указание: вычислить значения функции  $y = z^7 + 28z^4 - 480$  при  $z = 1.90, 1.91, 1.92, 1.93, 1.94$ . Убедиться, что корень лежит между 1.92 и 1.93.

7. Интегрирование
8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

---



Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

## 15. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

10. Элементарная теория погрешности
11. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
12. Метод Наименьших Квадратов
13. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
14. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
15. Интерполирование

1. Теорема о единственности решения задачи интерполяции.
2. Теорема об остаточном члене интерполяции.
3. «Краевые условия» для сплайна, если известны  $f'(a)$  и  $f'(b)$ .
4. **Теор. задача.** Пусть  $f(x_0, x_1, \dots, x_n) = 0$  для любых  $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ . Показать, что тогда  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$

есть алгебраический полином степени не больше  $n$ . Указание:  $f(x_i, x_{i+1}) = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{x_{i+1} - x_i}$ . Разделенная разность  $k$ -го порядка определяется по рекуррентной формуле

$$f(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k}) = \frac{f(x_{i+1}, \dots, x_{i+k}) - f(x_i, x_{i+1}, \dots, x_{i+k-1})}{x_{i+k} - x_i}.$$

5. **Практич. задача.** Функция  $f(x)$  задана таблицей

$x$	10	15	17	20
$f(x)$	3	7	11	17

Найти значение  $x$ , для которого  $f(x) = 10$ .

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
3. Жесткие ОДУ

## 16. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

4. Элементарная теория погрешности
5. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
6. Метод Наименьших Квадратов
7. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
8. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
9. Интерполирование

1. Теорема о линейной независимости системы базисных функций.
2. Решение задачи полиномиальной интерполяции в явном виде. Примеры для  $n=1, 2$ .
3. «Краевые условия» для сплайна, если известны  $f''(a)$  и  $f''(b)$ .
4. **Теор. задача.** С какой точностью можно извлечь кубический корень из 1200, интерполируя функцию  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  между узлами  $x_0 = 10^3$ ,  $x_1 = 11^3 = 1331$ ,  $x_2 = 12^3 = 1728$ ?

5. **Практич. задача.** В таблице приведены результаты измерения плотности воды ( $D$ ) в интервале температур между  $20^\circ$  и  $25^\circ\text{C}$ . Вычислить плотность воды при температуре  $22.7^\circ\text{C}$ .

$t$	$20^\circ\text{C}$	$21^\circ\text{C}$	$22^\circ\text{C}$	$23^\circ\text{C}$	$24^\circ\text{C}$	$25^\circ\text{C}$
$D$	0.998230	0.998019	0.997797	0.997565	0.997323	0.997071

Указание: Составив таблицу конечных разностей, увидим, что третьи разности практически равны нулю. Следовательно естественно воспользоваться квадратичной интерполяцией.

$t$	$D$	$\Delta D$	$\Delta^2 D$	$\Delta^3 D$
$20^\circ\text{C}$	0.998230			
$21^\circ\text{C}$	0.998019	-0.000211		
$22^\circ\text{C}$	0.997797	-0.000222	-0.000011	
$23^\circ\text{C}$	0.997565	-0.000232	-0.000010	0
$24^\circ\text{C}$	0.997323	-0.000242	-0.000010	0
$25^\circ\text{C}$	0.997071	-0.000252	-0.000010	

1. Интегрирование
2. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
3. Жесткие ОДУ

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

17. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
  1. Ортогональная система функций.
  2. Причина плохой обусловленности линейной системы уравнений относительно полиномиальных коэффициентов.
  3. Основной метод решения СЛАУ относительно неизвестных  $m_k = f'(t_k)$  при построении сплайна.
  4. **Теор. задача.** Оценить погрешность приближения функции  $e^x$  интерполяционным многочленом Лагранжа  $L_2(x)$ , построенным по узлам  $x_0=0.0$ ,  $x_1=0.1$ ,  $x_2=0.2$  в точке а)  $x=0.05$ , б)  $x=0.15$ .
  5. **Практич. задача.** Построить интерполяционный многочлен для функции  $f(x) = |x|$  по узлам  $-1, 0, 1$ .
7. Интегрирование
8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

18. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
  1. Полиномиальная интерполяция.
  2. Определитель Вандермонда.
  3. Глобальный сплайн.
  4. **Теор. задача.** Функция  $f(x) = \frac{1}{A^2 - x}$  приближается на  $[-4, -1]$  многочленом Лагранжа по узлам  $x_0=-4$ ,  $x_1=-3$ ,  $x_2=-2$ ,  $x_3=-1$ . При каких значениях  $A$  оценка погрешности в равномерной норме не превосходит  $10^{-5}$ ?
  5. **Практич. задача.** Среди всех многочленов вида  $a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$  ????? ?????? ?????????? ?? ???? ?? [3,5].
7. Интегрирование
8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ