

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

1. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Кратные интегралы.
2. Причины использования формул Ньютона-Котеса для полиномов не выше третьей степени.
3. **Теор. задача.** Показать, что квадратурная формула Симпсона точна не только для многочленов второй степени, но и для всех многочленов третьей степени: $P_3 = a_0x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$.
4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^{0.5} \frac{(\operatorname{arctg} x)^2}{x} dx.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x(1+x)}}$ с точностью до 10^{-6} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

✂

2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Погрешность формулы Симпсона без дробных индексов.
2. Случай не прямоугольной области интегрирования.
3. **Теор. задача.** Объяснить название квадратурной формулы трапеций. Получить квадратурную формулу трапеций из общей интерполяционной квадратуры.
4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{1}{4} \sin^2 x}} dx.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{x}(e^{x/2} + 3)}$ с точностью до 10^{-5} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

✂

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

3. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Погрешность формулы Симпсона с дробными индексами.

2. Устойчивость численного интегрирования.

3. **Теор. задача.** Получите квадратурную формулу (трех восьмых)

$$\int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x) dx \approx \frac{f(x_{i-1}) + 3f(x_{i-2/3}) + 3f(x_{i-1/3}) + f(x_i)}{8} (x_i - x_{i-1}), \quad \text{где } x_{i-k/3} = x_i - \frac{(x_i - x_{i-1})}{3} k, \quad \text{и}$$

исследуйте ее точность.

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + \cos^2 x} dx.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$ с точностью до 10^{-6} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

9. Жесткие ОДУ

✂

4. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Погрешность формулы трапеций.

2. Применение формулы Симпсона к вычислению двойных интегралов.

3. **Теор. задача.** Построить квадратурную формулу Гаусса с двумя узлами для вычисления интегралов вида

$$\int_0^{\pi} \sin x \cdot f(x) dx.$$

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^1 \sqrt{x} \cos x dx.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_1^{\infty} \frac{xe^{-x^2}}{2 + \sin x} dx$ с точностью до 10^{-4} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

9. Жесткие ОДУ

✂

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

5. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Погрешность формулы прямоугольников.
2. Квадратуры Гаусса.

3. **Теор. задача.** Сравнить точность вычисления интегралов $I_m = \int_{-1}^1 |x|^m dx$, $m=1, 3, 5$ и $I = \int_{-1}^1 e^x dx$ по формулам трапеций, Симпсона и Гаусса для трех и пяти узлов.

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_2^3 \frac{dx}{1 + \sqrt{\ln x}}.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_{2/\pi}^{\infty} \frac{1}{x^2} \sin\left(\frac{1}{x}\right) dx$ с точностью до 10^{-2} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

9. Жесткие ОДУ

✂

6. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Порядок точности квадратурной формулы.
2. Полиномы Лежандра.
3. **Теор. задача.** Получить формулу Симпсона методом неопределенных коэффициентов.

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^{\ln} \sqrt{e^x - 1} dx.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{\ln x}{1-x} dx$ с точностью до 10^{-3} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

9. Жесткие ОДУ

✂

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

7. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Способ получения погрешности квадратурных формул на основе разложения подынтегральной функции по формуле Тейлора.
2. Теорема Гаусса.
3. **Теор. задача.** Доказать, что для погрешности квадратурной формулы трапеций справедливо представление

$$R_2(f) = \int_a^b f(x)dx - \frac{b-a}{2}(f(a)+f(b)) = \frac{1}{2} \int_a^b (a-x)(b-x)f''(x)dx.$$

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^{1/3} \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x^2}}.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{\ln x}{1+x^2} dx$ с точностью до 10^{-5} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

✂

8. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Локальная оценка погрешности для метода прямоугольников.
2. Погрешность квадратурной формулы Гаусса.
3. **Теор. задача.** Рассмотреть формулы прямоугольников и трапеций. Какая из них имеет лучшую точность? Указание: сравнение точности можно производить только для функций из одного класса.
4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1+x^3}.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{\pi/2} \ln(\sin x) dx$ с точностью до 10^{-3} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

✂

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

9. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Глобальная оценка погрешности.
2. Пример построения квадратурной формулы Гаусса для двух узлов.

3. **Теор. задача.** $\int_a^b p(x)f(x)dx \cong \sum_{k=1}^n A_k f(x_k)$ - квадратурная формула, определяемая узлами x_k и

коэффициентами A_k . Показать, что в случае, когда $p(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $[a,b]=[-1,1]$ и узлами являются

многочлены Чебышева первого рода $T_{n+1}(x) = \frac{1}{2^n} \cos((n+1)\arccos x)$, все $A_k = \frac{\pi}{n}$.

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^1 \frac{dx}{1-x+x^2}.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{\infty} e^{-x} \sin(10x) dx$ с точностью до 10^{-3} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

9. Жесткие ОДУ

✂

10. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Локальная оценка погрешности.
2. Вычисление интегралов от функций с особенностями.
3. **Теор. задача.** Указать случаи, когда квадратурная формула трапеций дает значение интеграла с недостатком, а когда - с избытком.

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^1 x \ln(1+x) dx.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^3}$ с точностью до 10^{-3} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

9. Жесткие ОДУ

✂

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

11. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Погрешность квадратурных формул.
2. Метод усечения.

3. **Теор. задача.** Пусть для кубируемого тела площадь $S = S(x)$ его поперечного сечения, перпендикулярного к его оси Ox , изменяется по закону $S(x) = Ax^2 + Bx + C$ ($a \leq x \leq b$, A, B и C – постоянные). Показать, что объем этого тела равен $V = \frac{b-a}{6} \left[S \left(a + 4S \left(\frac{a+b}{2} \right) + S(b) \right) \right]$, т.е. выражается формулой Симпсона.

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^{\pi/4} \ln \cos x dx .$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$ с точностью до 10^{-3} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

12. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Локальная формула Симпсона.
2. Метод Канторовича.

3. **Теор. задача.** Найти оценку погрешности вычисления интеграла $\int_0^1 f(x) dx$ при $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ по квадратурной формуле $\frac{1}{20} [f(0) + 2f(0.1) + 2f(0.2) + \dots + 2f(0.9) + f(1.0)]$.

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^{0.5} \cos \frac{x^2}{4} dx .$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ с точностью до 10^{-3} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

13. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Формула Симпсона без использования дробных индексов.
2. Интегрирование быстро осциллирующих функций.

3. **Теор. задача.** Для вычисления $\int_0^1 f(x)dx$ применяется составная формула трапеций. Оценить минимальное число разбиений N , обеспечивающее точность $0.5 \cdot 10^{-3}$ на двух классах функций: 1) $\|f''\| \leq 1$, 2)

$$\int_0^1 |f''(x)| dx \leq 1.$$

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{1+x^2} dx.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x \ln x}{(1+x^2)^3} dx$ с точностью до 10^{-4} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

9. Жесткие ОДУ

14. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Формула Симпсона.

2. Идея метода Монте-Карло.

3. **Теор. задача.** Получить формулы Ньютона-Котеса (квadrатурные формулы Гаусса при $p(x) \equiv 1$) и соответствующие оценки погрешностей для $n=1, 2, 3$.

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^{1/2} \frac{\arcsin x}{x} dx.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{\pi/2} \log(\sin x) dx$ с точностью до 10^{-3} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

9. Жесткие ОДУ

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

15. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование
 1. Общий вид формулы трапеций.
 2. Проблема вычисления интеграла по многомерному кубу.
 3. **Теор. задача.** Показать, что интерполяционная квадратурная формула с n узлами точна для всех полиномов степени не выше $n-1$.
 4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:
$$\int_0^{1/2} \frac{\arctg x}{x} dx.$$
 5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1 \ln x \ln(1+x) dx$ с точностью до 10^{-4} .
8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

✂

16. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование
 1. Вывод формулы трапеций.
 2. Основные требования к «генераторам случайных чисел».
 3. **Теор. задача.** Оценить погрешность квадратурной формулы $\int_a^b p(x)f(x)dx \cong \sum_{k=1}^n A_k f(x_k)$, порожденную погрешностями в таблице значений $f(x_k)$.
 4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:
$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx.$$
 5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^{\infty} \frac{dx}{1+x^4}$ с точностью до 10^{-3} .
8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ
9. Жесткие ОДУ

✂

Прием заданий производится, как правило, в часы семинарских занятий

17. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Формула средних.

2. Метод усечения.

3. **Теор. задача.** Доказать справедливость следующих представлений погрешностей квадратурных формул

$$\int_a^b f(x)dx - \frac{b-a}{8} \left[f(a) + 3f\left(\frac{2a+b}{3}\right) + 3f\left(\frac{a+2b}{3}\right) + f(b) \right] = -\left(\frac{b-a}{3}\right)^5 \frac{3}{80} f^{(4)}(\xi), \quad a < \xi < b.$$

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{x + \sqrt{\cos x}}.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1 \ln x dx$ с точностью до 10^{-4} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

9. Жесткие ОДУ

18. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА 3 курс 5 семестр

1. Элементарная теория погрешности
2. Системы Линейных Алгебраических Уравнений
3. Метод Наименьших Квадратов
4. Нелинейные Скалярные Уравнения и Системы
5. Методы Оптимизации (численные методы поиска экстремума функции)
6. Интерполирование
7. Интегрирование

1. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.

2. Интегрирование быстро осциллирующих функций.

3. **Теор. задача.** Оценить минимальное число разбиений отрезка N для вычисления интеграла $\int_0^1 \sin(x^2) dx$ по составной квадратурной формуле трапеций, обеспечивающее точность 10^{-4} .

4. **Практич. задача.** Вычислить интеграл по формулам трапеций и Симпсона с точностью до $(1/2) \cdot 10^{-3}$:

$$\int_{10}^{100} \frac{\ln(1+x)}{x} dx.$$

5. **Практич. задача.** Вычислить несобственный интеграл $\int_1^{\infty} \frac{\arctg x}{1+x^3} dx$ с точностью до 10^{-2} .

8. Численные методы решения задачи Коши для ОДУ

9. Жесткие ОДУ

✂